

ECUACIONES 4

Como siempre, en ecuaciones, lo primero que debemos realizar en un sistema de ecuaciones es el A, B, C (en cada ecuación)

Para después, en cada ecuación, pasar a eliminar denominadores (con el m.c.m.)

Y llegado este punto, en cada ecuación nos llevamos las incógnitas al primer miembro y los términos independientes, al segundo, para acabar ordenando (alfabéticamente) y reduciendo

Si es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas de grado uno, nos quedará un sistema de este tipo:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad \text{Donde } a, b, c, a', b', \text{ y } c' \text{ son números, y } 'x' \text{ e } 'y', \text{ nuestras incógnitas}$$

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Despejamos una de las incógnitas de una de las ecuaciones y sustituimos lo que vale en la otra ecuación

Despejamos la "x" de la primera ecuación:

$$3x = 5y + 11 \quad x = \frac{5y + 11}{3} = \frac{5(-1) + 11}{3} = \frac{-5 + 11}{3} = \frac{6}{3} = 2 = x$$

Sustituimos lo que vale "x" en la otra ecuación:

$$2 \cdot \frac{5y + 11}{3} + 6y = -2 \quad \text{Tenemos una ecuación con una incógnita, donde volveremos a empezar: A, B, C, denominadores...}$$

$$\frac{10y + 22}{3} + 6y = -2$$

$$\frac{10y + 22}{3} + \frac{18y}{3} = \frac{-6}{3}$$

$$10y + 18y = -6 - 22$$

$$28y = -28$$

$$y = -28/28 = -1$$

Sustituimos lo que vale "y" en la expresión inicial y obtendremos "x"

Podemos comprobar fácilmente que la solución $x=2, y=-1$ es solución del sistema.

$$\begin{array}{|l} 3 \cdot 2 - 5 \cdot (-1) = 11 \\ 6 + 5 = 11 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 2 \cdot 2 + 6 \cdot (-1) = -2 \\ 4 - 6 = -2 \end{array} \quad \checkmark$$

MÉTODO DE REDUCCIÓN

Multiplicamos cada ecuación por el número adecuado para que, al sumarla, se elimine una de las incógnitas

$$\begin{array}{rcl} 6x - 10y = 22 & \xleftarrow{\cdot 2} & 3x - 5y = 11 \xrightarrow{\cdot 6} 18x - 30y = 66 \\ -6x - 18y = 6 & \xleftarrow{\cdot (-3)} & 2x + 6y = -2 \xrightarrow{\cdot 5} 10x + 30y = -10 \\ \hline & & -28y = 28 \\ & & y = 28/-28 = -1 \end{array}$$

Hemos buscado que los coeficientes de la "x" coincidan, pero con signo opuesto

$$\begin{array}{rcl} 18x - 30y = 66 & & \\ 10x + 30y = -10 & & \\ \hline 28x & = & 56 \\ & & x = 56/28 = 2 \end{array}$$

El m.c.m. de los coeficientes es el mejor candidato $m.c.m.(5,6) = 30$
Ya tienen los signos opuestos, por lo que no necesitamos cambiarlos

Cuando tenemos alguna incógnita aislada en un sistema (con coeficiente 1 o -1), resulta interesante aplicar SUSTITUCIÓN. Pero si no es así, parece más cómodo aplicar REDUCCIÓN

Veamos un sistema de ecuaciones común:

$$\begin{cases} 3(x-2y) = 2(x-1) \Rightarrow 3x - 6y = 2x - 2 \Rightarrow 3x - 2x - 6y = -2 \\ \frac{5x-1}{2} = 4y \Rightarrow \frac{5x-1}{2} = \frac{8y}{2} \Rightarrow 5x - 8y = 1 \end{cases}$$

Como siempre, en cada ecuación realizamos el A, B, C, y quitamos los denominadores (con el m.c.m.); luego nos llevamos las incógnitas a la izquierda y los números (términos independientes), a la derecha

Ordenado y reducido, nuestro sistema queda:

$$\begin{cases} x - 6y = -2 \\ 5x - 8y = 1 \end{cases}$$

El sistema anterior era un SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO, porque tenía una única solución

Pero hay otros sistemas que son INCOMPATIBLES, porque no tienen solución, como por ejemplo:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 8 \\ -3x - 5y = 2 \end{cases}$$

$$0 = 10$$

Si sumo ambas ecuaciones, desaparecen las incógnitas y obtengo una igualdad falsa

Siempre que llegamos a una IGUALDAD FALSA cuando resolvemos una ecuación, es síntoma de que NO HAY SOLUCIÓN

Si el sistema es de segundo grado, no tendremos ningún problema en resolverlo

$$\begin{cases} 3x^2 = 2y + 1 \longrightarrow 3x^2 - 2y = 1 \\ 5x + 4y = 9 \longrightarrow 5x + 4y = 9 \end{cases} \xrightarrow{-2} \begin{cases} 6x^2 - 4y = 2 \\ 5x + 4y = 9 \end{cases}$$

Como no hay nada del A, B, C, ni denominadores, pasamos todas las incógnitas al primer miembro. Apliquemos reducción en "y"

$$6x^2 + 5x - 11 = 0$$

Tenemos una ecuación de segundo grado

¡Cuidado! Los términos con "x" no son semejantes

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-11) = 25 + 264 = 289 > 0 \text{ (dos soluciones)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 17}{12} \begin{cases} + \longrightarrow 12/12 = 1 = x_1 \\ - \longrightarrow -22/12 = -11/6 = x_2 \end{cases}$$

Como no podemos hacer "reducción" en "x", tendremos que sustituir las soluciones en alguna ecuación precedente

Escogemos $5x + 4y = 9$

$$\text{Si } x=1 \longrightarrow 5 + 4y = 9; 4y = 4; y_1 = 1$$

$$\text{Si } x=-11/6 \longrightarrow -55/6 + 4y = 9; 4y = 61/6; y_2 = 61/24$$

Tenemos las soluciones: $x_1=1, y_1=1$ y $x_2=-11/6, y_2=61/24$

Y también tenemos SISTEMAS COMPATIBLES INDETERMINADOS, que tienen infinitas soluciones, como por ejemplo:

$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases} \longrightarrow x = 5 - 3y$$

Como tenemos una "x" aislada, aplicaremos "sustitución"

Cuando en una ecuación llegamos a la igualdad $0=0$, significa que esa ecuación es una identidad, y cualquier número será solución

$$2(5 - 3y) + 6y = 10$$

$$10 - 6y + 6y = 10$$

$$-6y + 6y = 10 - 10$$

$$0 = 0$$

Hace cuatro años el padre de Pablo tenía el triple de edad que él, pero dentro de seis años solo será el doble. ¿Qué edad tienen?

Hay que DIGERIR el problema:

DATOS, INCÓGNITAS, GRÁFICOS, ECUACIONES, RESOLVER, INTERPRETAR Y REDACTAR

Hace 4 años Triple de edad del padre
Dentro de 6 años Doble de edad del padre

x edad de Pablo actual
y edad del padre actual

EDAD	HACE 4	ACTUAL	DENTRO DE 6
PABLO	$x - 4$	x	$x + 6$
PADRE	$y - 4$	y	$y + 6$

$$y - 4 = 3(x - 4)$$

$$y - 4 = 3x - 12$$

$$-3x + y = -12 + 4$$

$$-3x + y = -8$$

$$y + 6 = 2(x + 6)$$

$$y + 6 = 2x + 12$$

$$-2x + y = 12 - 6$$

$$-2x + y = 6$$

Tenemos un sistema.

Multiplicamos la primera ecuación por (-1) para cambiarle todos los signos y sumamos las ecuaciones para "reducir"

$$3x - y = 8$$

$$-2x + y = 6$$

$$x = 14$$

Sustituyo $x=14$ en la ecuación

$$-2 \cdot 14 + y = 6$$

$$y = 6 + 28 = 34$$

Si tuviesen 34 y 14 años, hace 4 años tenían 30 y 10 (el triple), y dentro de 6 años tendrán 40 y 20 (el doble)

Pablo tiene 14 años y su padre tiene 34 años