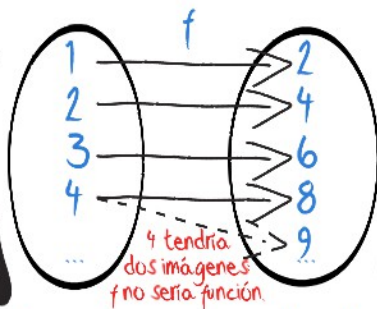


FUNCIONES 1

Una función "f" es una relación entre dos magnitudes, de manera que a cada valor "x" de la primera le corresponde un único valor "y" de la segunda. "y" se conoce como su imagen. Se designa $y=f(x)$

$f(x)=y$ → La imagen de x es y
x: variable independiente y: variable dependiente

Ejemplo:



$f(1)=2$
La imagen de 1 es 2

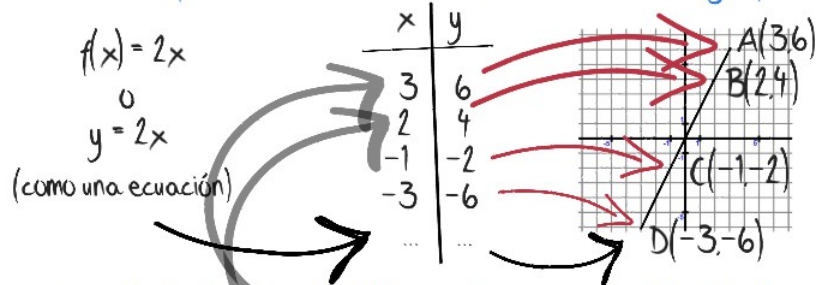
$f(2)=4$
La imagen de 2 es 4

La ANTIIMAGEN de 4 es 2

Recuerda, es muy importante: para que sea una función, cada valor solo puede tener una única imagen

Podemos expresar una función:

Mediante fórmula: Mediante tabla: Mediante gráfica:



Si queremos pasar de la fórmula a la tabla, vamos sustituyendo la x por valores para ir obteniendo sus imágenes

$x=3$ $f(3)=2 \cdot 3=6$
 $x=2$ $f(2)=2 \cdot 2=4$
...

Para pasar de la tabla a la gráfica, tomamos cada valor y su imagen como las coordenadas de un punto y los represento

y si tiene sentido que las magnitudes tomen valores decimales, unimos los puntos

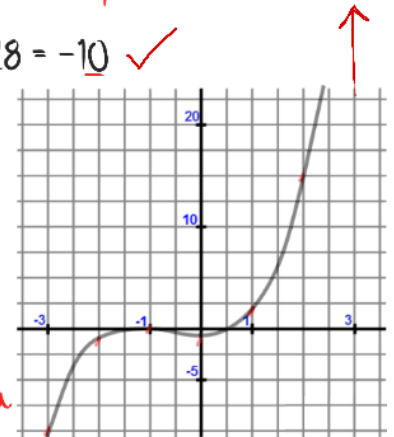
Representemos la función $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$

Vamos a obtener la imagen de -3, -2, -1, 0, 1, 2 y 3

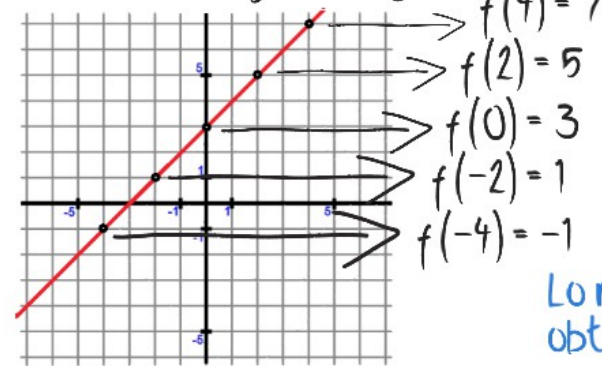
Al sustituir la "x" por un valor negativo recordad que debemos rodearlo de paréntesis

x	f(x)
-3	$(-3)^3 + 2(-3)^2 - 1 = -27 + 18 - 1 = 18 - 28 = -10$ ✓
-2	$(-2)^3 + 2(-2)^2 - 1 = -8 + 8 - 1 = -1$ ✓
-1	$(-1)^3 + 2(-1)^2 - 1 = -1 + 2 - 1 = 0$ ✓
0	$0^3 + 2 \cdot 0^2 - 1 = 0 + 0 - 1 = -1$ ✓
1	$1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 = 1 + 2 - 1 = 2$ ✓
2	$2^3 + 2 \cdot 2^2 - 1 = 8 + 8 - 1 = 15$ ✓
3	$3^3 + 2 \cdot 3^2 - 1 = 27 + 18 - 1 = 44$ ✓

Unimos los puntos con una suave curva



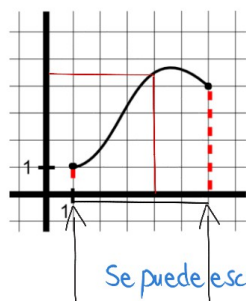
Podemos realizar el proceso al revés. De una gráfica podemos sacar una infinidad de valores y sus imágenes



x	f(x) = y
4	7
2	5
0	3
-2	1
-4	-1

Lo más difícil será obtener la fórmula.

En este caso, tenemos que $f(x) = x + 3$



EL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN ES EL CONJUNTO DE VALORES QUE TIENEN IMAGEN

El dominio está formado por todos los valores desde el 1 hasta el 6, ya que puedo encontrar la imagen de todos ellos en la gráfica.

Por ejemplo, 4 tiene imagen; la imagen de 4 es 4.5

Se puede escribir de la siguiente forma: $D(f) = [1, 6]$

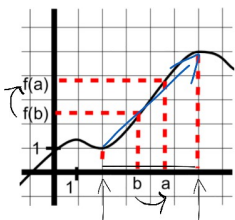
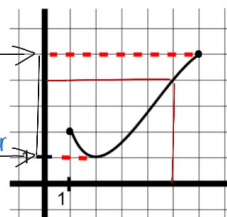
EL RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN ES EL CONJUNTO DE VALORES QUE SON IMAGEN

(que tienen antiimagen)

En esta función, el recorrido está formado por todos los valores desde el 1 hasta el 5, ya que todos ellos son imagen de algún valor

Por ejemplo, 4 es la imagen de 5

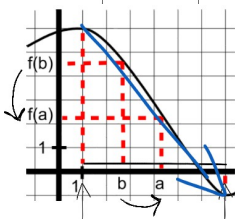
Se puede escribir de la siguiente forma: $R(f) = [1, 5]$



UNA FUNCIÓN ES CRECIENTE SI AL AUMENTAR LOS VALORES, AUMENTAN SUS IMÁGENES

Si $a > b$, $f(a) > f(b)$

Esta función es creciente en $[2, 6]$



UNA FUNCIÓN ES DECRECIENTE SI AL AUMENTAR LOS VALORES, DISMINUYEN SUS IMÁGENES

Si $a > b$, $f(a) < f(b)$

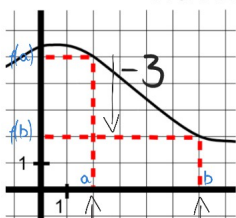
Esta función es decreciente en $[1, 7]$

LA TASA DE VARIACIÓN ENTRE DOS VALORES ES LA IMAGEN DEL MAYOR MENUS LA IMAGEN DEL MENOR

$$TV[a, b] = f(b) - f(a)$$

$$\text{En nuestro caso } TV[2, 6] = f(6) - f(2) = 2 - 5 = -3$$

La tasa de variación nos dice cuánto sube la función en un tramo

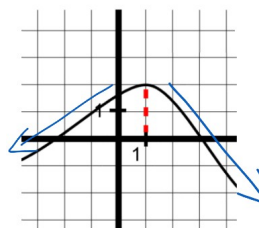


LA TASA DE VARIACIÓN MEDIA ENTRE DOS VALORES ES LA IMAGEN DEL MAYOR MENUS LA IMAGEN DEL MENOR, PARTIDO LA DIFERENCIA DE AMBOS

$$TVM[a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$TVM[3, 6] = \frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} = \frac{6 - 0}{3} = 2$$

Es el cociente entre lo que "sube" y lo que "avanza". La tasa de variación media nos dice cuánto sube o baja la función en un tramo "de media".

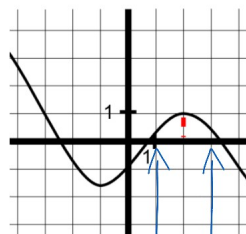


UNA FUNCIÓN TIENE UN MÁXIMO ABSOLUTO EN "A" SI LA IMAGEN DE "A" ES LA MAYOR DE TODAS

Esta función tiene un máximo absoluto en $x = 1$, o en el punto $(1, 2)$

$f(1) > f(a)$, para cualquier otro valor "a" diferente a 1

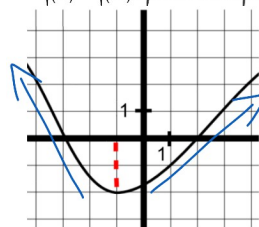
Todos los demás valores tienen sus imágenes menores



UNA FUNCIÓN TIENE UN MÁXIMO RELATIVO EN "A" SI LA IMAGEN DE "A" ES MAYOR QUE LA DE LOS VALORES DE SU ENTORNO

Esta función tiene un máximo relativo en $x = 2$, o en el punto $(2, 1)$. Los valores cercanos tienen sus imágenes menores

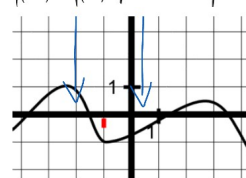
$f(2) > f(a)$, para cualquier valor "a" próximo a 2



UNA FUNCIÓN TIENE UN MÍNIMO ABSOLUTO EN "A" SI LA IMAGEN DE "A" ES LA MENOR DE TODAS

Esta función tiene un mínimo absoluto en $x = -1$, o en el punto $(-1, -2)$. Todos los demás valores tienen sus imágenes mayores

$f(-1) < f(a)$, para cualquier otro valor "a" diferente a -1



UNA FUNCIÓN TIENE UN MÍNIMO RELATIVO EN "A" SI LA IMAGEN DE "A" ES MENOR QUE LA DE LOS VALORES DE SU ENTORNO

Esta función tiene un mínimo relativo en $x = -1$, o en el punto $(-1, -1)$. Los valores cercanos tienen sus imágenes mayores

$f(-1) < f(a)$, para cualquier valor "a" próximo a -1

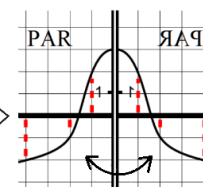
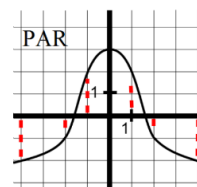
UNA FUNCIÓN TIENE SIMETRÍA PAR SI ES SIMÉTRICA RESPECTO DEL EJE Y (DE ORDENADAS)

$$f(-1) = f(1) = 2$$

$$f(-2) = f(2) = -1$$

$$f(-4) = f(4) = -2$$

$$f(-x) = f(x)$$



SE CARACTERIZAN POR QUE LOS VALORES OPUESTOS TIENEN LA MISMA IMAGEN

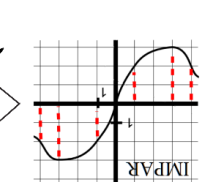
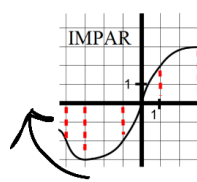
UNA FUNCIÓN TIENE SIMETRÍA IMPAR SI ES SIMÉTRICA RESPECTO DEL ORIGEN DE COORDENADAS

$$f(-1) = -2, f(1) = 2$$

$$f(-3) = -3, f(3) = 3$$

$$f(-4) = -2, f(4) = 2$$

$$f(-x) = -f(x)$$



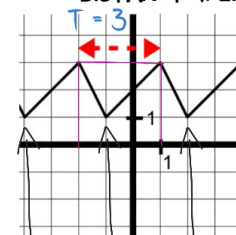
SE CARACTERIZAN POR QUE LOS VALORES OPUESTOS TIENEN IMÁGENES OPUESTAS

Si solo tenemos la fórmula, para estudiar la simetría, analizamos $f(-x)$. Sustituimos en la fórmula, con cuidado, la x por $-x$, siempre con paréntesis

$$\text{Sea } f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow f(-x) = \frac{(-x)}{(-x)^2 + 1} = \frac{-x}{x^2 + 1} = -f(x) \Rightarrow \text{ES IMPAR}$$

UNA FUNCIÓN ES PERIÓDICA SI TODOS LOS VALORES QUE DISTAN "T" (PERIODO) TIENEN LA MISMA IMAGEN



De -2 a 1 dista 3, $f(-2) = f(1) = 3$

De -4 a -1 dista 3, $f(-4) = f(-1) = 1$

De 0 a 3 dista 3, $f(0) = f(3) = 2$

$$f(x) = f(x + T)$$

En la gráfica se aprecia un patrón que se repite

¿Cuál será la imagen de 256?

Podríamos hacer: $f(256) = f(253) = f(250)$

Pero es más fácil: $\begin{array}{r} 256 \\ 1 \end{array} \begin{array}{r} 3 \\ 85 \end{array} \Rightarrow f(256) = f(1) = 3$

Dando 85 "saltos" de 3, llegamos del 256 al 1, que tiene la misma imagen