

FUNCIONES 2

EN ESTE CAPÍTULO VAMOS A ESTUDIAR
LAS FUNCIONES POLINÓMICAS DE PRIMER GRADO
TODAS ESTAS FUNCIONES PUEDEN EXPRESARSE DE LA FORMA:

$f(x) = y = mx + n$ donde "m" y "n" son coeficientes de cualquier tipo (naturales, fracciones, irracionales...)

El coeficiente que multiplica a la "x" se llama PENDIENTE, y determina la inclinación de la recta.

El término independiente se llama ORDENADA EN EL ORIGEN, y determina el punto de corte con el eje de ordenadas ($= f(0)$)

Su gráfica siempre es una recta.

Pueden presentarse de múltiples formas. Nosotros podemos transformarlo a la forma anterior, si queremos obtener la pendiente y la ordenada en el origen

$$f(x) = x + \frac{3x-1}{4} - 3$$

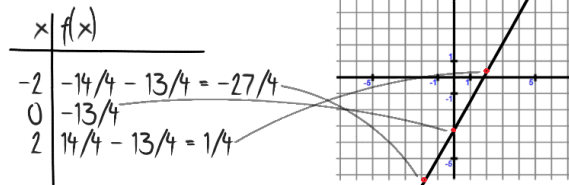
$$f(x) = \frac{4x}{4} + \frac{3x-1}{4} - \frac{12}{4} = \frac{4x+3x-1-12}{4} = \frac{7x-13}{4}$$

$$f(x) = 7x/4 - 13/4 \Rightarrow f(x) = (7/4) \cdot x - 13/4$$

Representemos la función: $f(x) = (7/4) \cdot x - 13/4$

Como su gráfica será una recta, bastaría con encontrar dos puntos para representarla. Nosotros siempre hallaremos otro, con el fin de comprobar que están alineados (por lo tanto, bien calculados)

Al estar perfectamente alineados tenemos cierta garantía de haberlo hecho bien



Este tipo de funciones rigen muchos fenómenos que nos rodean, y pueden obtenerse fácilmente sus fórmulas. Cuando vamos a representarlas, debemos usar el sentido común para darle los valores apropiados.

Por ejemplo, si nuestra tarifa en el extranjero fuera de 50 céntimos por establecimiento de llamada, y un céntimo por segundo al hablar, podríamos obtener la función asociada:

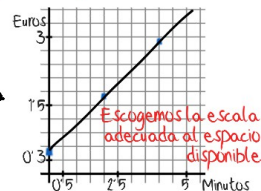
Elegiríamos primero las unidades de medida:

x minutos de la llamada
f(x) = y euros a pagar $\Rightarrow y = 0'60x + 0'50$

En esta función es absurdo darle valores negativos como en la mayoría de las medidas físicas

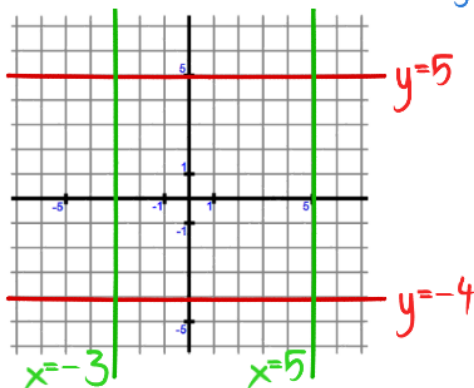
Tampoco parece sensato hablar de cero segundos, pero ahí empieza nuestra gráfica.

x	y
0	0'50
2	$1'20 + 0'50 = 1'70$
4	$2'40 + 0'50 = 2'90$



Dentro de las rectas, tenemos dos casos especiales

Las rectas horizontales son funciones constantes, donde todos los valores tienen la misma imagen: $y = k$



Las rectas verticales no son función, ya que un mismo valor tendría infinitas imágenes, pero podemos representarlas con la ecuación: $x = k$

Un grupo de escaladores empieza la ascensión al Everest desde 3500 metros a una temperatura de 3 grados centígrados. Halla la función que relaciona su altitud y su temperatura, sabiendo que cada 200 metros que suben, la temperatura desciende un grado.

x altitud en km
y temperatura en °C

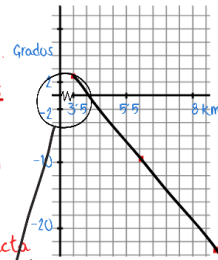
x	y
3'5	3
6	-9'5
8'848	-23'74

Empiezan a 3'5 km de altitud. Cada kilómetro que suben la temperatura baja 5 grados.

Temperatura inicial: Lo que suben respecto al punto inicial

$$y = 3 - 5(x - 3'5)$$

Como es un polinomio de grado uno, su gráfica será una recta.



Ese salto en el e je es un recurso habitual para no dejar un espacio vacío en la gráfica.

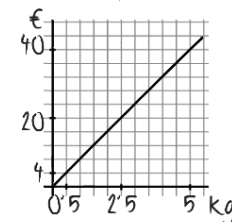
Las "rectas" sirven para reflejar fenómenos de proporcionalidad directa:

Por ejemplo, si cada kilogramo de patatas vale 8 €, podemos hallar la función que expresa su precio dependiendo de los kilogramos que compramos

Es un fenómeno de proporcionalidad directa, ya que si compramos el doble, nos cobrarán el doble.

x peso en kg.
y precio en euros
 $y = 8x$

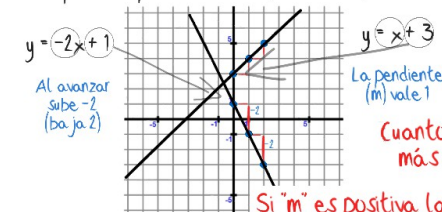
x	y
0	0
2	16
4	32



La gráfica de una función de proporcionalidad directa ($n=0$) siempre es una recta que pasa por el origen de coordenadas

Representar rectas es sencillo. Incluso si la pendiente y la ordenada en el origen son valores enteros, podemos prescindir de elaborar la tabla.

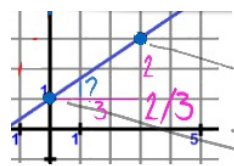
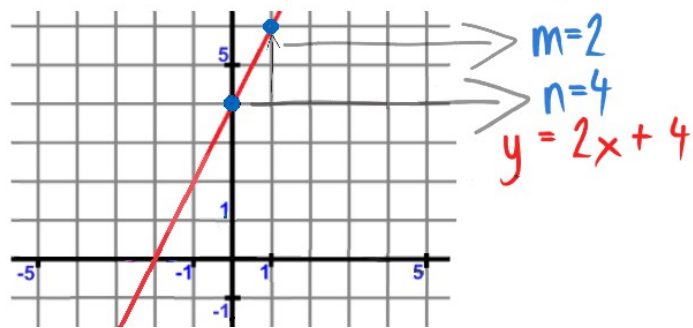
Se puede apreciar que la pendiente determina la inclinación.



Cuanto mayor es la pendiente, más vertical será la recta.

Si "m" es positiva, la recta será creciente. Si "m" es negativa, la recta será decreciente.

¿Y al revés? ¿Podremos sacar la fórmula de la gráfica?



Pero podemos aprovechar la información que nos proporciona este punto (3,3) $f(3)=3$ o lo que es lo mismo... si $x=3$, $y=3$

En este caso no podemos obtener la pendiente. Solo sabemos que $y=mx+1$

$$\begin{aligned} 3 &= 3m + 1 \\ 2 &= 3m \\ 2/3 &= m \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 1$$

Otra forma de obtener la pendiente es ayudándonos de la tasa de variación media, que es constante en cualquier recta e igual a la pendiente:

$$TVM[0,3] = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{3 - 1}{3} = 2/3$$

Pero el caso más difícil resulta, con diferencia, cuando no se aprecia con claridad ni la pendiente ni la ordenada en el origen

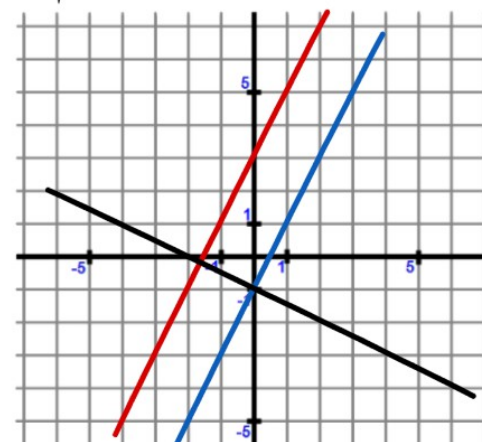
En estos casos, tan solo podemos confiar en encontrar las coordenadas de dos puntos de la recta (dos valores con sus imágenes)

$$\text{Como } f(x) = mx + n$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones obtenemos

$$\begin{aligned} A(-5,2): f(-5) &= 2 \\ B(3,-5): f(3) &= -5 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} f(-5) = -5m + n = 2 \\ f(3) = 3m + n = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -7/8 \\ n = -19/8 \end{cases}$$

Si representamos estas tres rectas



$$\begin{aligned} y &= 2x + 3 \\ y &= 2x - 1 \\ y &= -\frac{1}{2}x - 1 \end{aligned}$$

Observamos que las dos primeras son paralelas porque tienen la misma pendiente

Y la tercera es perpendicular a las anteriores, porque su pendiente es opuesta a la inversa de las anteriores

Hallamos una recta perpendicular a $y = -2x + 4$ que pase por el punto (3,7)

$$m = -1/-2 = 1/2 = 0.5$$

$$f(x) = 0.5x + n$$

$$f(3) = 7$$

$$f(3) = 1.5 + n = 7$$

$$n = 7 - 1.5$$

$$n = 5.5$$

Dos rectas son paralelas si $m_1 = m_2$

Dos rectas son perpendiculares si $m_1 = -1/m_2$

$$f(x) = 0.5x + 5.5$$

Hallamos el punto de corte de:

$$y = 2x + 3$$

$$y = 3x - 7$$

$$2x + 3 = 3x - 7$$

$$2x - 3x = -7 - 3$$

$$-x = -10$$

$$x = 10$$

Podemos comprobar que $\Rightarrow f(10) = 23$ en ambas rectas

Ambas rectas se cortan en el punto (10,23)

Si resolviéramos el sistema que forman ambas ecuaciones, habríamos obtenido el mismo resultado

Solo queda recordar que si intento hallar el punto de corte de dos rectas paralelas, me toparé con ecuaciones sin solución