

SOLUCIONARIO DE LAS
ECUACIONES EJEMPLARES
DE 3º DE ESO (24/25)

**RECURSOS BÁSICOS PARA TRIUNFAR
EN MATEMÁTICAS B DE 4º DE ESO**



**La gran mayoría de las soluciones
se pueden comprobar con facilidad
sustituyéndolas en las incógnitas**



Antes de quitar denominadores, debemos resolver paréntesis, operadores, productos...

1

ABC

$$1 - \frac{x^2 - 1}{2} \cdot \frac{2x - 3}{3} = \frac{x + 5}{4}$$

$$1 - \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x + 3}{6} = \frac{x + 5}{4}$$



$$\frac{12}{12} - \left[\frac{4x^3 - 6x^2 - 4x + 6}{12} \right] = \frac{3x + 15}{12}$$

$$12 - 4x^3 + 6x^2 + 4x - 6 = 3x + 15$$

$$-4x^3 + 6x^2 + x - 9 = 0$$

(recomiendo coeficiente líder positivo)

$$4x^3 - 6x^2 - x + 9 = 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 4 & -6 & -1 & 9 \\ & 4 & -10 & 9 & -9 \\ \hline & 4 & -10 & 9 & 0 \end{array}$$

(a b c)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 100 - 144 < 0$$

No hay más soluciones

$x = -1$
Solución única

2

ABC

$$3 - \left[\frac{x^2 - 1}{3} \right] \cdot \frac{(2x - 3)}{1} = \frac{x + 2}{2}$$

$$3 - \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x + 3}{3} = \frac{x + 2}{2}$$



$$\frac{18}{6} - \left[\frac{4x^3 - 6x^2 - 4x + 6}{6} \right] = \frac{3x + 6}{6}$$

$$18 - 4x^3 + 6x^2 + 4x - 6 = 3x + 6$$

$$-4x^3 + 6x^2 + x + 6 = 0$$

$$4x^3 - 6x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 4 & -6 & -1 & -6 \\ & 4 & 8 & 4 & 6 \\ \hline & 4 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\Delta = 4 - 48 < 0$$

$x = 2$
Solución única

3

$$x^6 - 4x^2 = 6x^3 - 3x^5$$

$$x^6 + 3x^5 - 6x^3 - 4x^2 = 0$$

$$x^2(x^4 + 3x^3 - 6x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -1$$

$$x_3 = -2$$

$$x_4 = \sqrt{2}$$

$$x_5 = -\sqrt{2}$$

1	3	0	-6	-4
-1	-1	-2	2	4
1	2	-2	-4	0
-2	-2	0	4	
1	0	-2		0

(a b c)

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

4

$$\frac{x+1}{2} \cdot \frac{x^2+4}{2} + \frac{3x}{2} \cdot \frac{x+3}{3} = 1 - 2x^4$$

ABC

$$\frac{x^3+x^2+4x+4}{4} + \frac{3x^2+9x}{6} = 1 - 2x^4$$

$$\frac{3x^3+3x^2+12x+12}{12} + \frac{6x^2+18x}{12} = \frac{12-24x^4}{12}$$

(no hay "peligro")

$$24x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 30x = 0$$

$$x(24x^3 + 3x^2 + 9x + 30) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -1$$

24	3	9	30
-1	-24	21	-30
24	-21	30	0

(a b c)

$$\Delta = 441 - 2880 < 0$$

No hay más soluciones

5 $2x^6 = 2x^2 - 5x^3 + 5x^5$

$$2x^6 - 5x^5 + 5x^3 - 2x^2 = 0$$

$$x^2(2x^4 - 5x^3 + 5x - 2) = 0$$

$x_1 = 0$

$x_2 = 1$

$x_3 = -1$

$x_4 = 2$

$x_5 = 1/2$

1	2	-5	0	5	-2
		2	-3	-3	2
-1	2	-3	-3	2	0
		-2	5	-2	
	2	-5	2		0

(a b c)

$$\Delta = 25 - 16 = 9$$

$$x = \frac{5 \pm 3}{4}$$

6 $\frac{x^3 - 3x^2 - 2}{x - 5} = 1$

$$x^3 - 3x^2 - 2 = x - 5$$

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

$x_1 = 1$

$x_2 = 3$

$x_3 = -1$

1	1	-3	-1	3
		1	-2	-3
	1	-2	-3	0

$$\Delta = 4 + 12 = 16; \quad x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

7 $x^3 = \frac{-3x}{x^2 - 4}$

$$x^5 - 4x^3 = -3x$$

$$x^5 - 4x^3 + 3x = 0$$

$$x(x^4 - 4x^2 + 3) = 0$$

$x_1 = 0$

$x_2 = \sqrt{3}$

$x_3 = -\sqrt{3}$

$x_4 = 1$

$x_5 = -1$

Bicuadrada: $x^2 = t$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$\Delta = 16 - 12 = 4; \quad t = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$t_1 = 3$ $t_2 = 1$

$x^2 = 3$ $x^2 = 1$

8

Otra bicuadrada más completa:

$$\frac{x^4-3}{2} - \frac{x-1}{3} \cdot \frac{3x^2+2}{2} = \frac{x-1}{6} - \boxed{x} \cdot \frac{x^2+1}{2}$$

$$\frac{x^4-3}{2} - \frac{x-1}{3} \cdot \frac{3x^2+2}{2} = \frac{x-1}{6} - \boxed{\frac{x}{1}} \cdot \frac{x^2+1}{2}$$

ABC: resolvemos las dos multiplicaciones de fracciones antes de precipitarnos intentando quitar los denominadores

$$\frac{x^4-3}{2} - \frac{3x^3+2x-3x^2-2}{6} = \frac{x-1}{6} - \frac{x^3+x}{2}$$

Igualamos denominadores...

$$\frac{3x^4-9}{6} - \frac{3x^3+2x-3x^2-2}{6} = \frac{x-1}{6} - \frac{3x^3+3x}{6}$$



... y antes de tacharlos: REFLEXIÓN Y PELIGRO! → tachón, reflexión, peligro

$$\frac{3x^4-9}{6} - \left(\frac{3x^3+2x-3x^2-2}{6} \right) = \frac{x-1}{6} - \left(\frac{3x^3+3x}{6} \right)$$

CUANDO TENEMOS UN MENOS DELANTE DE OPERACIONES COMBINADAS, COMO AFECTA A TODO EL RESULTADO, TENEMOS QUE COLOCAR PARÉNTESIS. RECUERDA QUE ES UNO DE LOS FALLOS MÁS HABITUALES EN LOS EXÁMENES Y QUE ARRUINA MULTITUD DE EJERCICIOS.

$$3x^4-9-(3x^3+2x-3x^2-2)=x-1-(3x^3+3x)$$

$$3x^4-9-3x^3-2x+3x^2+2=x-1-3x^3-3x$$

$$3x^4-3x^3+3x^3+3x^2-2x-x+3x+1-9+2=0$$

$$3x^4+3x^2-6=0 \xrightarrow{:3} x^4+x^2-2=0 \xrightarrow{x^2=t} t^2+t-2=0$$

$$t = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} t_1 = 1 = x^2 \rightarrow \boxed{x = \pm \sqrt{1} = \pm 1} & \text{2 soluciones válidas fáciles de comprobar} \\ t_2 = -2 = x^2 \rightarrow \text{Imposible deshacer el cambio de variable} \end{cases}$$

9 $\frac{x^2(7-x^2)}{12} = 1 - \frac{x(4-x^2)}{6}$

ABC



$$\frac{7x^2 - x^4}{12} = 1 - \frac{4x - x^3}{6}$$

$$\frac{7x^2 - x^4}{12} = \frac{12}{12} - \frac{8x - 2x^3}{12}$$

$$7x^2 - x^4 = 12 - 8x + 2x^3$$

$$0 = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$$

1	1	2	-7	-8	12
1		1	3	-4	-12
2	1	3	-4	-12	0
		2	10	12	
	1	5	6		0

$$\Delta = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = -2$$

$$x_4 = -3$$

10

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{1}{3} + x \\ 1 - y^2 = 2 - 5x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{6} + \frac{3y}{6} = \frac{2}{6} + \frac{6x}{6} \\ 2x - 6x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x + 3y = 2 \\ 5x - y^2 = 1 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 5} \begin{cases} -4x + 3y = 2 \\ -20x + 15y = 10 \end{cases}$$

Pese a no ser un sistema lineal, sí podemos hacer reducción en "x"

$$\begin{aligned} 20x - 4y^2 &= 4 \\ 15y - 4y^2 &= 14 \\ 0 &= 4y^2 - 15y + 14 \end{aligned}$$

$$\Delta = 15^2 - 4 \cdot 4 \cdot 14 = 225 - 224 = 1 \rightarrow y = \frac{15 \pm \sqrt{1}}{8}$$

Cojo esta ecuación para deducir las soluciones en "x":

$$-4x + 3y = 2$$

$$y_1 = 2$$

$$\begin{aligned} -4x + 6 &= 2 \\ -4x &= -4 \end{aligned}$$

$$x_1 = 1, y_1 = 2$$

$$y_2 = \frac{7}{4}$$

Funciona en ambas ecuaciones, fácil de comprobar

$$-4x + \frac{21}{4} = 2 \rightarrow -4x = \frac{8}{4} - \frac{21}{4}$$

$$x_2 = \frac{13}{16}, y_2 = \frac{7}{4}$$

Más "feilla" para comprobar