Matemáticas Académicas
4ºB ESO
Capítulo 11: Funciones
Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

www.apuntesmareaverde.org.es

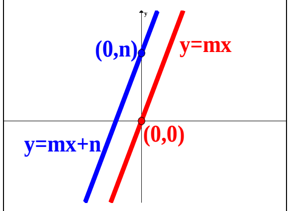
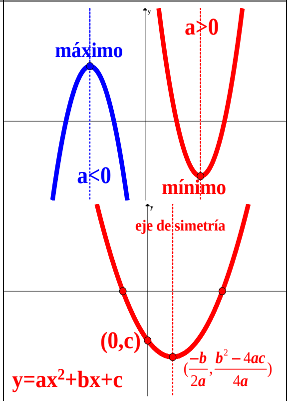
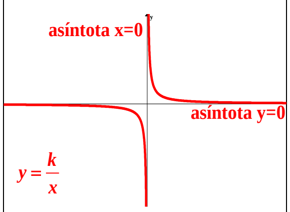
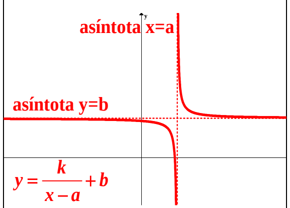
Realizados por:

Hugo Bastante Gómez-Limón

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

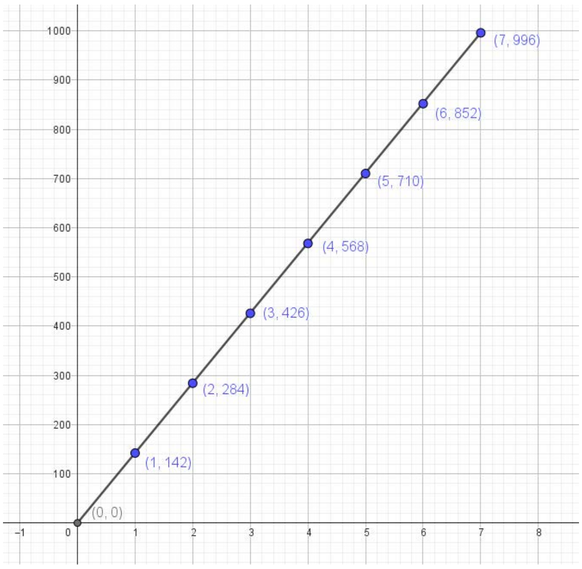
RESUMEN

Función polinómica de primer grado: Rectas $y = m \cdot x$ $y = m \cdot x + n$	Su expresión son polinomios de grado uno. Se representan mediante **rectas**: Hay dos tipos: - **Funciones lineales o de proporcionalidad directa**: $y = m \cdot x$, pasan por el origen de coordenadas. - **Funciones afines**: $y = m \cdot x + n$, son traslaciones en el eje y, n unidades. Pasan por el punto $(0, n)$.	
Función polinómica de segundo grado: Parábolas $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	Su expresión son polinomios de grado dos. Se representan mediante **parábolas**: **Vértice:** $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4 \cdot a \cdot c}{4a}\right)$ **Puntos de corte con el eje OX:** $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$. **Punto de corte con el eje OY:** $x = 0$, es el punto $(0, c)$. **Eje de simetría**: es la recta $x = \frac{-b}{2a}$.	
Función de proporcionalidad inversa: Hipérbolas $y = \frac{k}{x}$	$\|k\|$: *aleja o acerca la curva al origen de coordenadas.* ***Dominio y recorrido:*** *son todos los números reales menos el 0.* ***Continuidad:*** *continua en todo su dominio, discontinua en* $x = 0$. ***Simetría:*** *impar, simétricas respecto al origen de coordenadas.* ***Asíntotas:*** *las rectas* $x = 0$ *e* $y = 0$. ***Crecimiento:*** - *Si* $k > 0$: ***decreciente*** *en todo su dominio* $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. - *Si* $k < 0$: ***creciente*** *en todo su dominio* $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	
Hipérbolas $y = \frac{k}{x - a} + b$	Son el resultado de trasladar la hipérbola $y = \frac{k}{x}$ por el vector de traslación (a, b): - Dominio: $\Re - \{a\}$ Recorrido: $\Re - \{b\}$ - Puntos: $(x, y) \to (x + a, y + b)$ - Asíntotas: $\{x = 0 \to x = a\}; \{y = 0 \to y = b\}$	

ACTIVIDADES PROPUESTAS

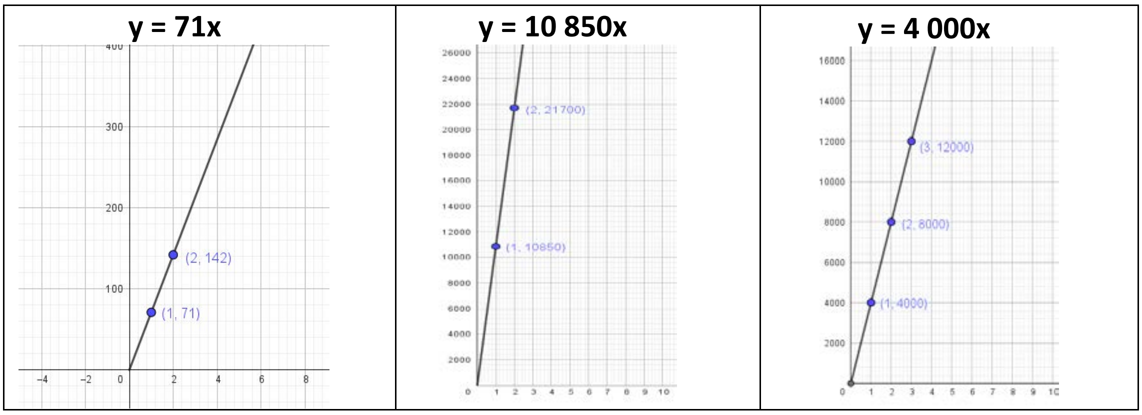
1. FUNCIONES POLINOMICAS DE PRIMER GRADO

1. El consumo medio de agua al día por habitante (en 2011) es de 142 litros. Representa gráficamente el consumo de una persona en una semana.



2. El agua virtual es el agua necesaria para crear un producto. Representa gráficamente las siguientes relaciones:

a. 71 litros para producir una manzana.
b. 10.850 litros para producir unos vaqueros.
c. 4.000 litros para producir una camiseta.



3. Halla el dominio, máximos y mínimos y la simetría de las siguientes rectas:

a) $y = 4x$

- Dominio: $\mathbb{R}$
- No tiene máximos ni mínimos, ya que es una recta creciente sin límites.
- Es **simétrica respecto al origen** (simetría impar), porque: $f(-x) = 4(-x) = -4x = -f(x)$

b) $y = \frac{x}{3}$

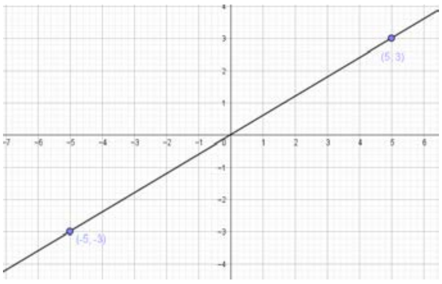
- Dominio: $\mathbb{R}$
- No tiene máximos ni mínimos. Es una recta creciente muy suave.
- Es **simétrica respecto al origen** (simetría impar), $f(-x) = -\frac{x}{3} = -\frac{x}{3} = -f(x)$

$c)$ $y = 2,65x$

- Dominio: $\mathbb{R}$
- No tiene máximos ni mínimos, ya que es una recta creciente sin límites.
- Es **simétrica respecto al origen** (simetría impar), $f(-x) = 2{,}65(-x) = -2{,}65x = -f(x)$

4. Halla la pendiente y la expresión algebraica de las siguientes rectas:

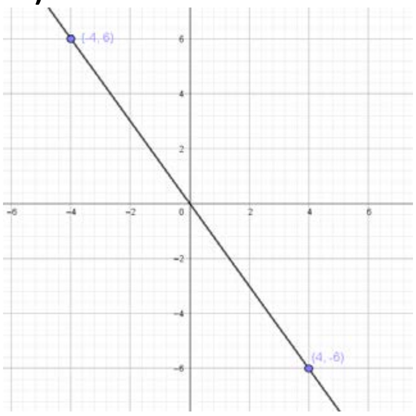
a)



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3+3}{5+5} = 0{,}6 \rightarrow m = 0{,}6$$

$$y = 0{,}6x$$

b)

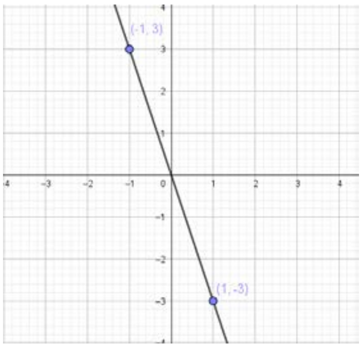


$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-6}{4+4} = -\frac{12}{8} = -1{,}5 \rightarrow$$

$$\rightarrow m = -1{,}5$$

$$y = -1.5x$$

c)

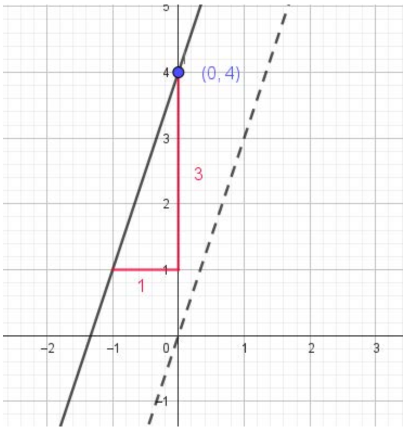


$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-3}{1+1} = -3 \rightarrow m = -3$$

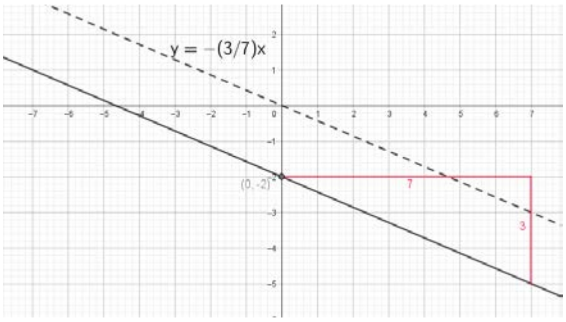
$$\mathrm{y} = -3x$$

5. Representa las siguientes funciones lineales:

a) $y = 3x + 4$

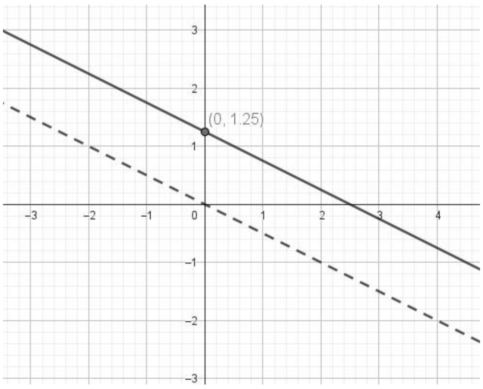


b) $y = -\frac{3}{7}x - 2$

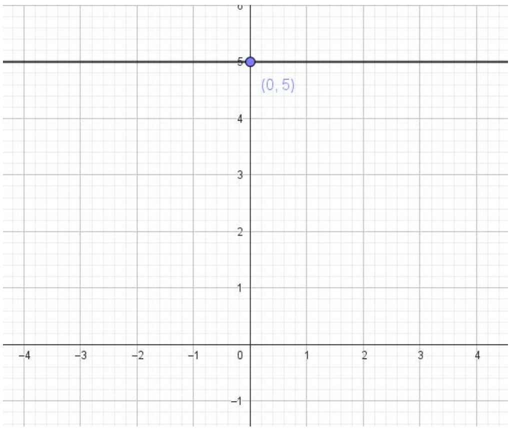


c) $2x + 4y = 5$

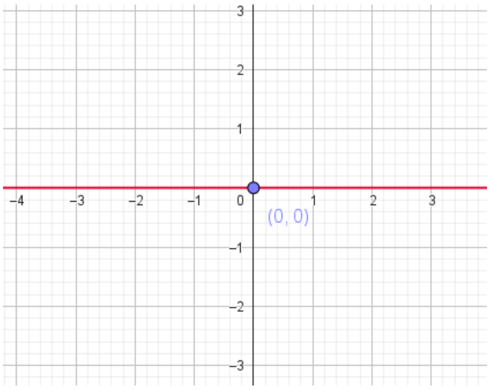
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$$



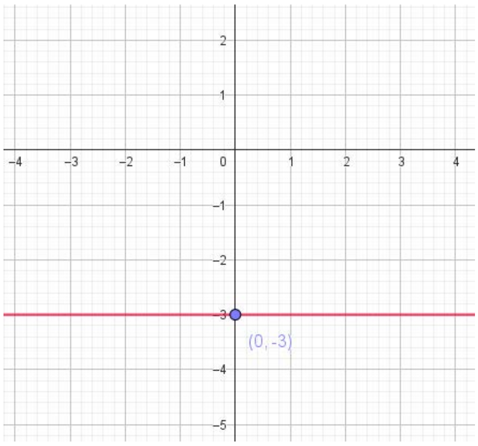
d) $y = 5$



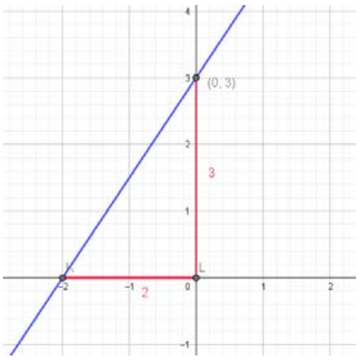
e) $y = 0$



f) $y = -3$



6. Halla la expresión de las siguientes rectas:

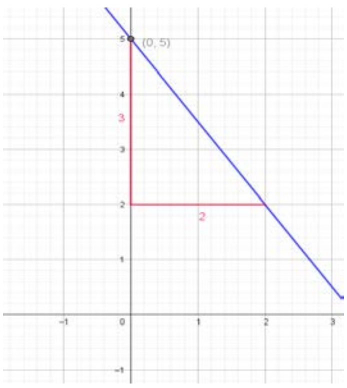


Pasa por el punto (0, 3)

Cuando "x" avanza 2, "y" sube 3

Pendiente m = 3/2

Luego y = 3/2 x + 3

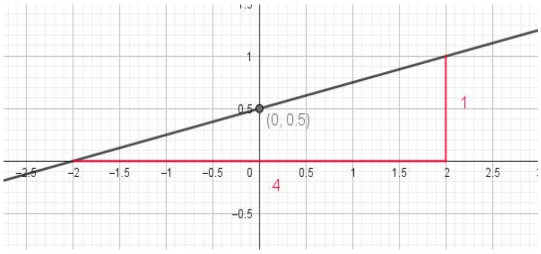


Pasa por el punto (0, 5)

Cuando "x" avanza 2, "y" baja 3

Pendiente m = -3/2

Luego y = -3/2 x + 5

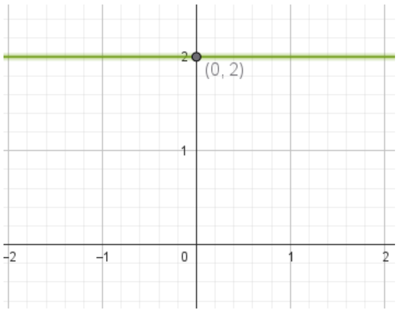


Pasa por el punto (0, 0,5)

Cuando “x” avanza 4, “y” sube 1

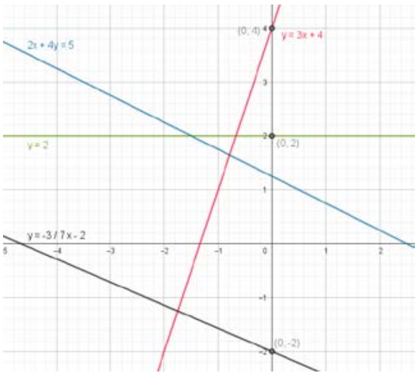
Pendiente m = 1/4

Luego y = 1/4 x + 1/2



y = 2

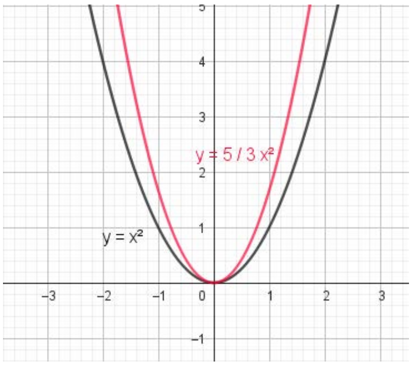
7. Utiliza GeoGebra para comprobar tus anteriores representaciones:



2. FUNCIONES POLINÓMICAS DE SEGUNDO GRADO

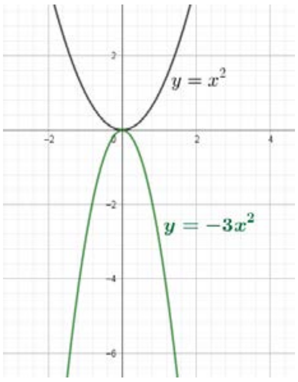
8. A partir de la parábola $y = x^2$ dibujar la grafica de las siguientes parábolas

a) y = 5/3 x^2



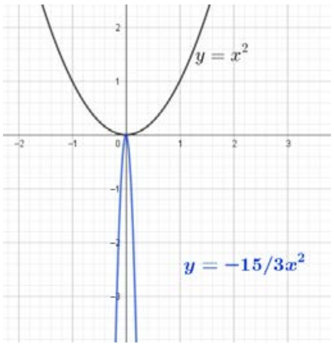
Como el coeficiente de x^2 es positivo y algo mayor que 1 la parábola es igual y un poco más cerrada

b) y = -3x²



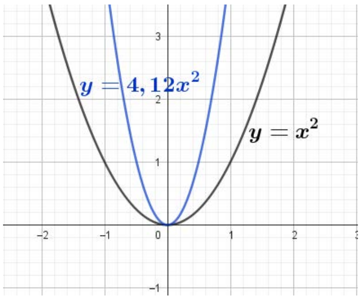
Como el coeficiente de x^2 es negativo, la parábola está abierta hacia abajo y como es mayor que 1 (en valor absoluto) es más cerrada

c) y = -15/3 x²



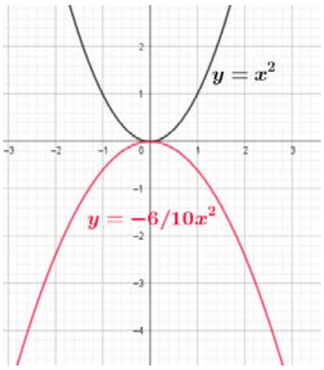
Como el coeficiente de x^2 es negativo, la parábola está abierta hacia abajo y como es mayor que 1 (en valor absoluto) es bastante más cerrada

d) y = 4,12 x²



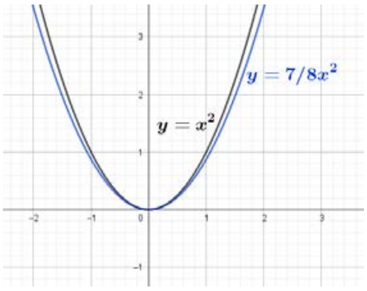
Como el coeficiente de x^2 es positivo y mayor que 1 la parábola es igual y más cerrada

e) y = -6/10 x²



Como el coeficiente de x^2 es negativo, la parábola está abierta hacia abajo y como es menor que 1 (en valor absoluto) es más abierta.

f) y = 7/8 x²



Como el coeficiente de x^2 es positivo y algo menor que 1 la parábola es igual y un poco más abierta

9. Representa la gráfica de las siguientes parábolas y localiza el vértice:

a) $\boldsymbol{y = (x+4)^2 - 5}$ $\rightarrow V(-4,-5)$

b) $\boldsymbol{y = \left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + 6}$ $\rightarrow V(\frac{4}{5}, 6)$

c) $\boldsymbol{y = x^2 - 5}$ $\rightarrow V(0,-5)$

d) $\boldsymbol{y = x^2 - 6x + 16}$, $\frac{-(-6)}{2\cdot 1} = 3,\ 3^2 - 6\cdot 3 + 16 = 7$ $\rightarrow V(3,7)$

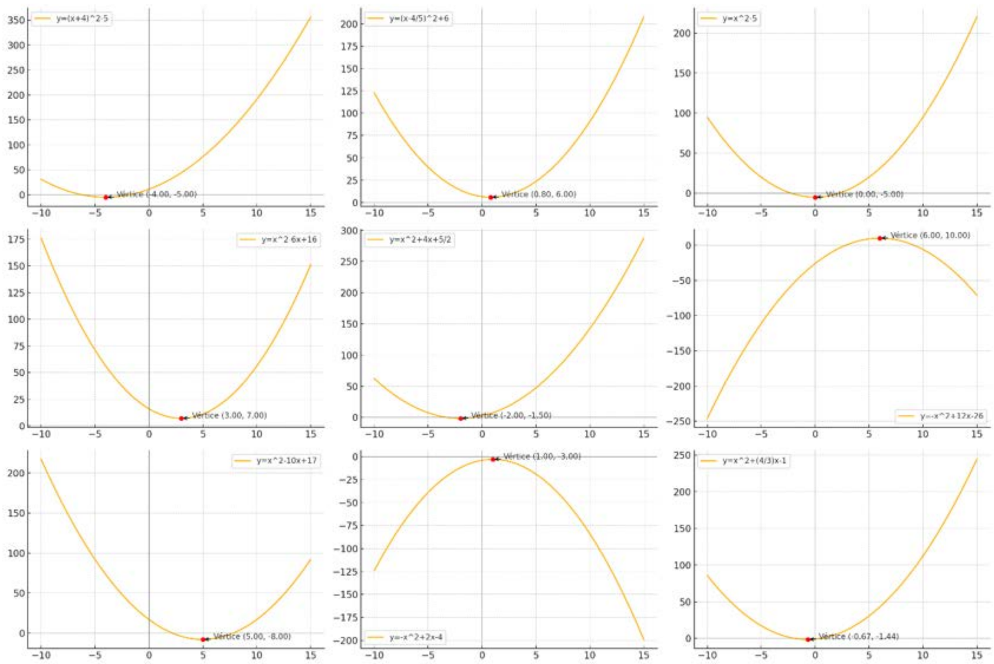
e) $\boldsymbol{y = x^2 + 4x + \frac{5}{2}}$ $,\frac{-4}{2\cdot 1} = -2$, $(-2)^2 + 4\cdot(-2) + \frac{5}{2} = -1{,}5$ $\rightarrow V(-2,-1{,}5)$

f) $\boldsymbol{y = -x^2 + 12x - 26}$, $\frac{-12}{2\cdot(-1)} = 6$, $-6^2 + 12\cdot 6 - 26 = 10$ $\rightarrow V(6{,}10)$

g) $\boldsymbol{y = x^2 - 10x + 17}$, $\frac{-(-10)}{2\cdot 1} = 5$, $5^2 - 10\cdot 5 + 17 = -8$ $\rightarrow V(5,-8)$

h) $\boldsymbol{y = -x^2 + 2x - 4}$, $\frac{-2}{2\cdot(-1)} = 1$, $-1^2 + 2\cdot 1 - 4 = -3$ $\rightarrow V(1,-3)$

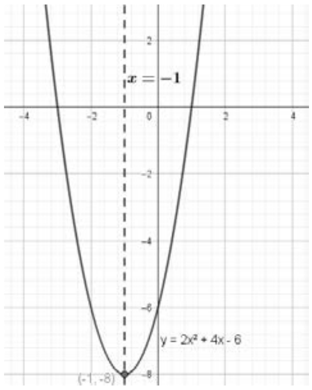
i) $\boldsymbol{y = x^2 + \frac{4}{3}x - 1} \rightarrow$, $\frac{-\frac{4}{3}}{2\cdot 1} = -\frac{2}{3}$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) - 1 = -\frac{14}{9}$ $\rightarrow V(-0{,}67,-1{,}89)$



10. Halla los elementos característicos y representa las siguientes parábolas:

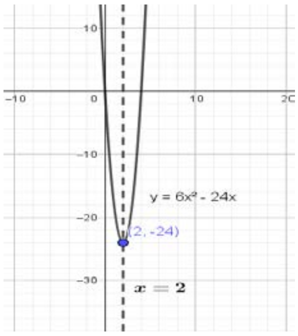
a) $y = 2x^2 + 4x - 6$

- $a = 2$, $b = 4$, $c = -6$
- $x_v = \frac{-4}{2(2)} = -1$
- $y_v = 2(-1)^2 + 4(-1) - 6 =$ $= 2 - 4 - 6 = -8$
- $Vértice: (-1, -8)$
- Eje de simetría: $x = -1$
- Concavidad: Hacia Arriba
- Corte Y: $y = -6$



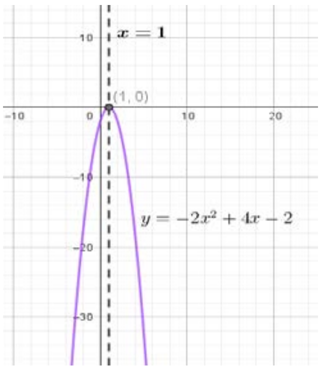
b) $y = 6x^2 - 24x$

- $a = 6$ $b = -24$ $c = 0$
- $x_v = \frac{24}{2(6)} = 2$
- $y_v = 6(2)^2 - 24(2) = 24 - 48 = -24$
- $Vértice: (2, -24)$
- Eje de simetría: $x = 2$
- Concavidad: Hacia Arriba
- Corte Y: $y = 0$



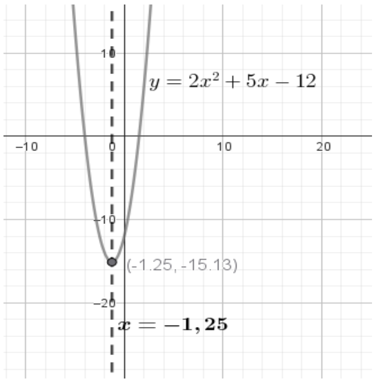
c) $y = -2x^2 + 4x - 2$

- $a = -2$ $b = 4$ $c = -2$
- $x_v = \frac{-4}{2(-2)} = 1$
- $y_v = -2(1)^2 + 4(1) - 2 =$ $= -2 + 4 - 2 = 0$
- $Vértice: (1,0)$
- Eje de simetría: $x = 1$
- Concavidad: Hacia abajo
- Corte Y: $y = -2$



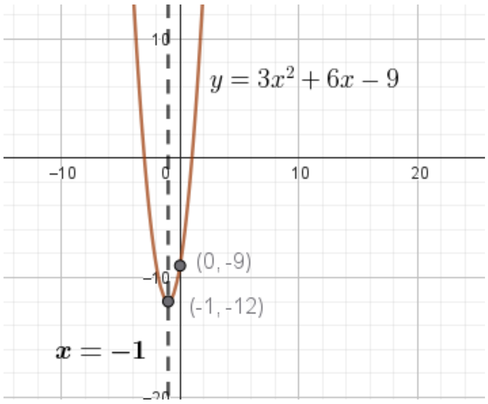
d) $y = 2x^2 + 5x - 12$

- $a = 2$ $b = 5$ $c = -12$
- $x_v = \frac{-5}{2(2)} = -\frac{5}{4}$
- $y_v = 2\left(-\frac{5}{4}\right)^2 + 5\left(-\frac{5}{4}\right) - 12 \approx$
- $\approx -15{,}12$
- Vértice: $(-1.25, -15.12)$
- Eje de simetría: $x = -1{,}25$
- Concavidad: Hacia Arriba
- Corte Y: $y = -12$



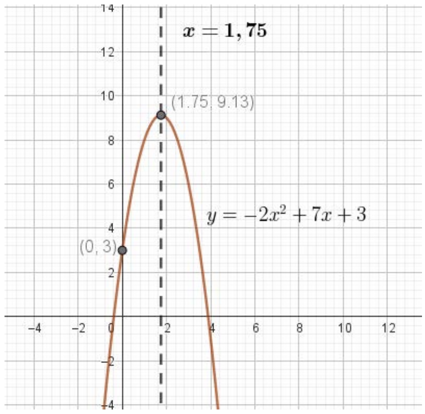
e) $\boldsymbol{y = 3x^2 + 6x - 9}$

- $a = 3 \;\; b = 6 \;\; c = -9$
- $x_v = \frac{-6}{2(3)} = -1$
- $y_v = 3(-1)^2 + 6(-1) - 9 =$
  $= 3 - 6 - 9 = -12$
- Vértice: $(-1, -12)$
- Eje de simetría: $x = -1$
- Concavidad: Hacia Arriba
- Corte Y: $y = -9$



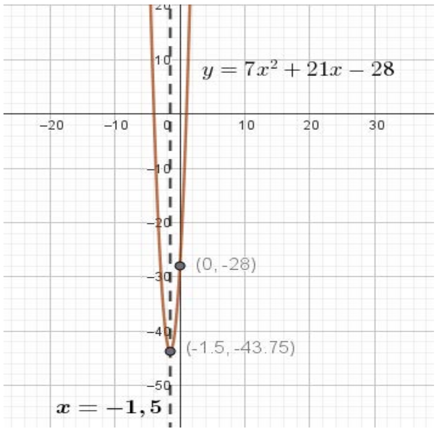
f) $\boldsymbol{y = -2x^2 + 7x + 3}$

- $a = -2 \;\; b = 7 \;\; c = 3$
- $x_v = \frac{-7}{2(-2)} = \frac{7}{4}$
- $y_v = -2\left(\frac{7}{4}\right)^2 + 7\left(\frac{7}{4}\right) + 3 \approx$
  $9{,}13$
- Vértice: (1.75,9.13)
- Eje de simetría: $x = 1{,}75$
- Concavidad: Hacia Abajo
- Corte Y: $y = 3$



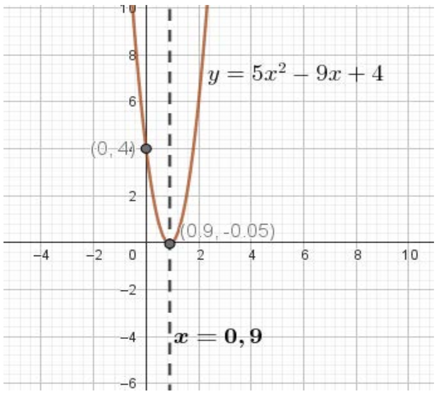
g) $\boldsymbol{y = 7x^2 + 21x - 28}$

- $a = 7 \;\; b = 21 \;\; c = -28$
- $x_v = \frac{-21}{2(7)} = -1{,}5$
- $y_v = 7(-1{,}5)^2 + 21(-1{,}5) -$
  $28 =$
  $= -43{,}75$
- Vértice: $(-1{,}5, -43{,}75)$
- Eje de simetría: $x = -1{,}5$
- Concavidad: Hacia Arriba
- Corte Y: $y = -28$



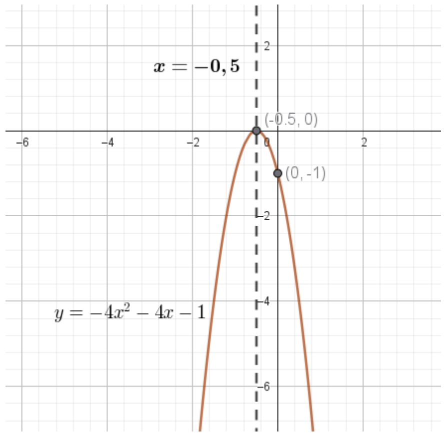
h) $\boldsymbol{y = 5x^2 - 9x + 4}$

- $a = 5 \;\; b = -9 \;\; c = 4$
- $x_v = \frac{9}{2(5)} = 0{,}9$
- $y_v = 5(0{,}9)^2 - 9(0.9) + 4 \approx$
  $\approx 0{,}05$
- Vértice: (0.9 , 0.05)
- Eje de simetría: $x = 0{,}9$
- Concavidad: Hacia arriba
- Corte Y: $y = 4$



i) $\boldsymbol{y = -4x^2 - 4x - 1}$

- $\mathrm{a} = -4 \quad \mathrm{b} = -4 \quad \mathrm{c} = -1$
- $\mathrm{x_v} = \frac{4}{2(-4)} = 0{,}5$
- $\mathrm{y_v} = -4(-0{,}5)^2 - 4(0{,}5) - 1 =$
  $= -1 - 2 + 1 = -2$
- Vértice: $(0.5\,, -2)$
- Eje de simetría: $\mathrm{x} = -0{,}5$
- Concavidad: Hacia Abajo
- Corte Y: $\mathrm{y} = -1$



11. Utiliza GeoGebra para comprobar tus anteriores representaciones:

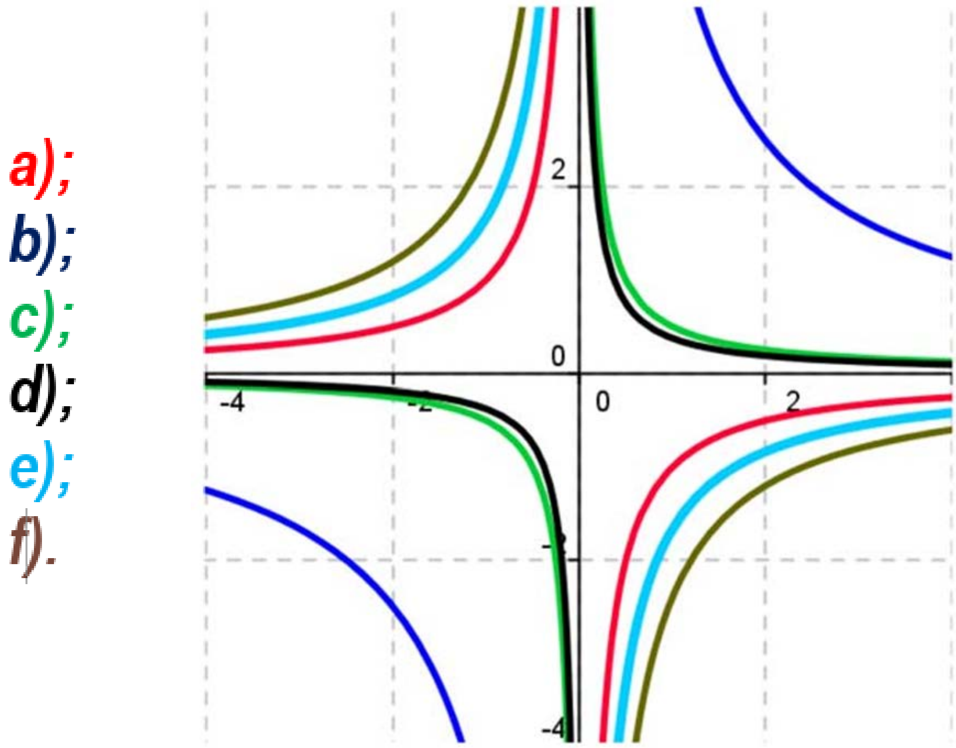
Hecho en el ejercicio 10

3. FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

12. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa en el mismo sistema de coordenadas:

a. $y = \frac{-1}{x}$ **b.** $y = \frac{5}{x}$ **c.** $y = \frac{1}{2x}$

d. $y = \frac{3}{8x}$ **e.** $y = \frac{-5}{3x}$ **f.** $y = \frac{-12}{5x}$



13. Escribe lo que sucede cuando varía el valor de k. Ayúdate de las gráficas del ejercicio anterior.

Cuando varía el valor de k en una función de proporcionalidad inversa $y = \frac{k}{x}$, la forma de su gráfica no cambia, pero su posición sí.

Si $k > 0$, la gráfica está en los cuadrantes I y III y es siempre decreciente;

Si $k < 0$, la gráfica está en los cuadrantes II y IV y es siempre creciente.

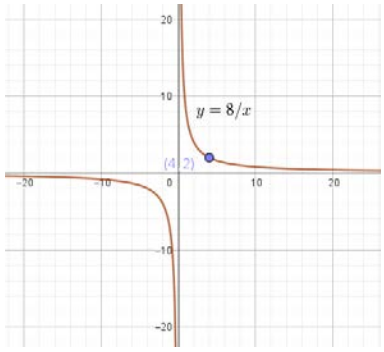
Cuanto mayor es el valor absoluto de k, más alejada está la gráfica del origen; cuanto menor, más cerca está.

14. Halla la expresión analítica y representa la gráfica de las hipérbolas que pasa por cada uno de estos puntos. Escribe los intervalos donde la función es creciente o decreciente.

a. $(4,2)$	**b.** $(3,-1)$	**c.** $(1/3, 5)$
d. $(12,3)$	**e.** $(a,1)$	**f.** $(1,b)$

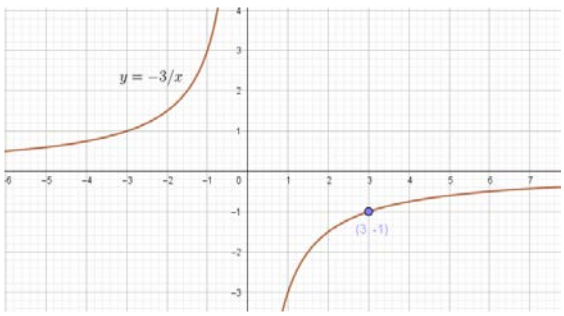
a) $2 = \frac{k}{4} \to k = 8$

- Ecuación: $y = \frac{8}{x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Decrecimiento: $(0, \infty)$
- Decrecimiento: $(-\infty, 0)$



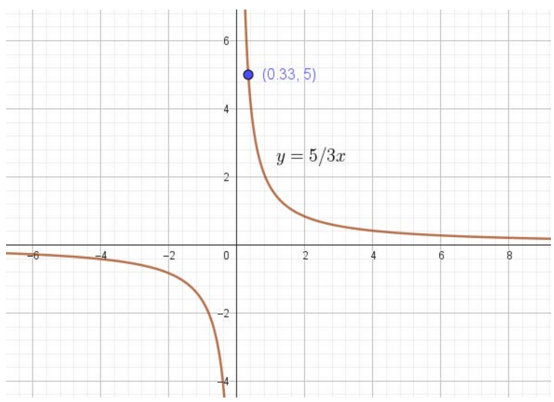
b) $-1 = \frac{k}{3} \to k = -3$

- Ecuación: $y = -\frac{3}{x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Crecimiento: $(0, \infty)$
- Crecimiento: $(-\infty, 0)$



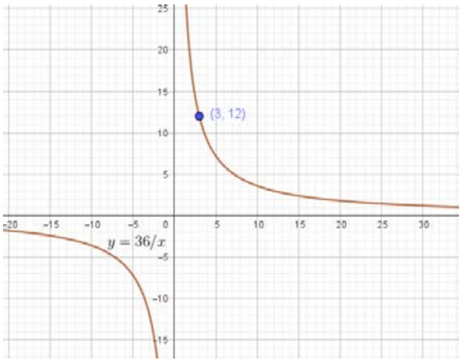
c) $5 = \frac{k}{\frac{1}{3}} \to k = 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

- Ecuación: $y = \frac{5}{3x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Decrecimiento: $(0, \infty)$
- Decrecimiento: $(-\infty, 0)$



d) $3 = \frac{k}{12} \rightarrow k = 36$

- Ecuación: $y = \frac{36}{x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Decrecimiento: $(0, \infty)$
- Decrecimiento: $(-\infty, 0)$



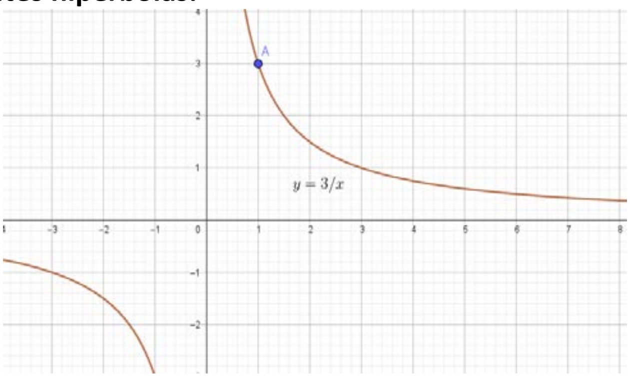
e) $a = \frac{k}{1} \rightarrow k = a$

- Ecuación: $y = \frac{a}{x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Decreciente si a > 0
- Creciente si a < 0

f) $1 = \frac{k}{b} \rightarrow k = b$

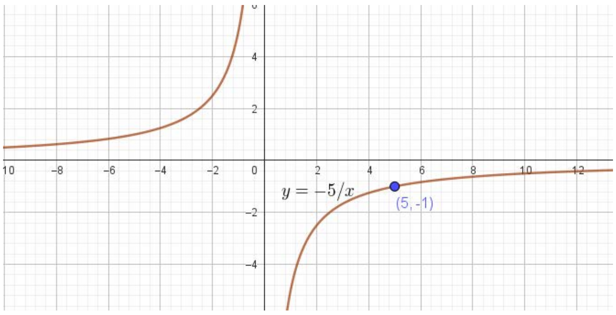
- Ecuación: $y = \frac{b}{x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Decreciente si b > 0
- Creciente si b < 0

15. Halla el dominio, recorrido, continuidad, máximos y mínimos y el crecimiento de las siguientes hipérbolas:



a) $1 = \frac{k}{3}$, k = 3 ; $\boldsymbol{f(x) = \frac{3}{x}}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos y Mínimos: No tiene
- Monotonía:
  Decreciente: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$



b) $5 = \frac{k}{-1}$, k = -5 ; $\boldsymbol{f(x) = \frac{-5}{x}}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos y Mínimos: No tiene
- Monotonía:
  Creciente: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

16. Halla el dominio, recorrido, continuidad, máximos y mínimos y el crecimiento de las siguientes hipérbolas así como las hipérbolas que pasan por los puntos:

a. $y = \frac{9}{2x}$ **b.** $y = \frac{-5}{3x}$ **c.** $\boldsymbol{y = \frac{-0.3}{x}}$

d. $(-5, 2)$ **e.** $(4, -9)$ **f.** $(1, 1/2)$

a) $y = \frac{9}{2x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos y Mínimos: No tiene máximos o mínimos
- Crecimiento: Decreciente: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

b) $y = -\frac{5}{3x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos y Mínimos: No tiene máximos o mínimos
- Crecimiento: Creciente: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

c) $y = -\frac{0,3}{x}$
- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos y Mínimos: No tiene máximos o mínimos
- Crecimiento: Creciente: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

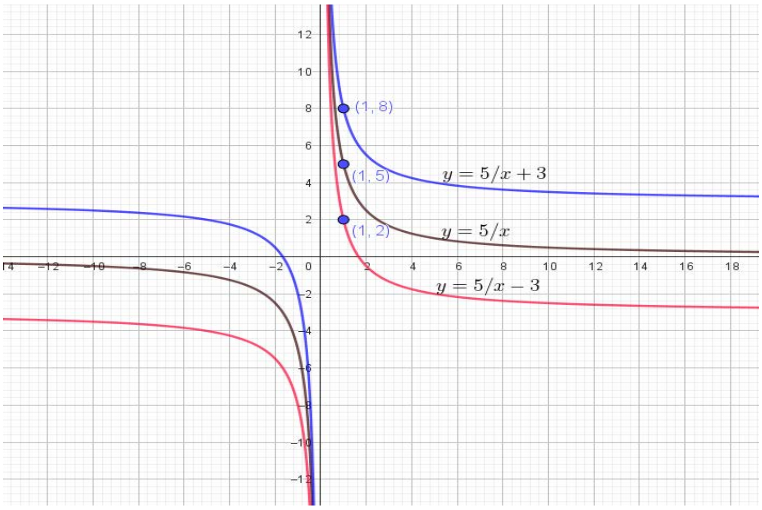
d) $(-5, 2) \rightarrow \ y = \frac{k}{x} \rightarrow k = xy = (-5)(2) = -10 \ \rightarrow y = -\frac{10}{x}$

e) $(4, -9) \rightarrow \ k = 4(-9) = -36 \rightarrow y = -\frac{36}{x}$

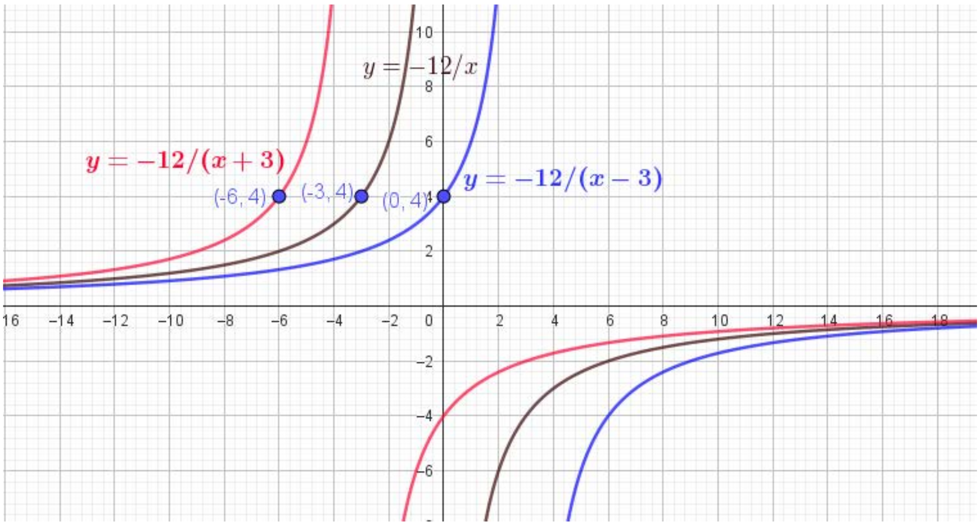
f) $\left(1, \frac{1}{2}\right) \rightarrow k = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2x}$

17. Representa en los mismos ejes de coordenadas, las siguientes hipérbolas:

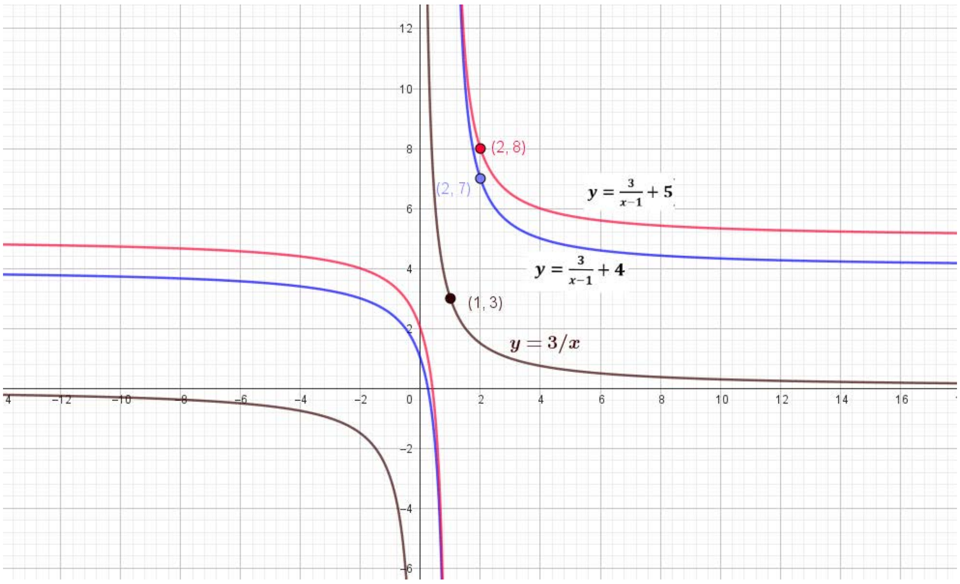
a) $y = \frac{5}{x}$, $y = \frac{5}{x} + 3$, $y = \frac{5}{x} - 3$



b) $y = -\frac{12}{x}$, $y = -\frac{12}{x-3}$, $y = -\frac{12}{x+3}$



c) $y = \frac{3}{x}$, $y = \frac{3}{x-1} + 4$, $y = \frac{5x-2}{x-1}$ $\left(\frac{5x-2}{x-1} = y = \frac{3}{x-1} + 5\right)$



18. Describe lo que sucede cuando varían los parámetros a y b en las hipérbolas del ejercicio anterior.

Las hipérbolas y = k/x tienen siempre cómo asíntota vertical la recta x = 0, si k > 0, es siempre decreciente y está en el primer y tercer cuadrante, y si k < 0, es creciente y está en el segundo y cuarto cuadrante.

La hipérbola $y = \frac{k}{x-a} + b$ es igual a y = k/x pero trasladada.

El valor de a desplaza horizontalmente a la hipérbola, si a > 0, a la derecha, y si a < 0, a la izquierda.

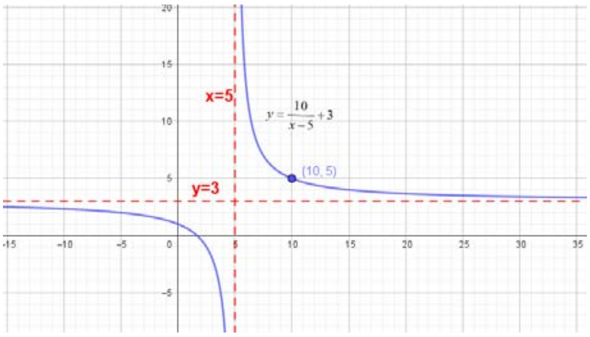
El valor de b desplaza a la hipérbola verticalmente, si b > 0, hacia arriba, y si b < 0, hacia abajo.

19. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa:

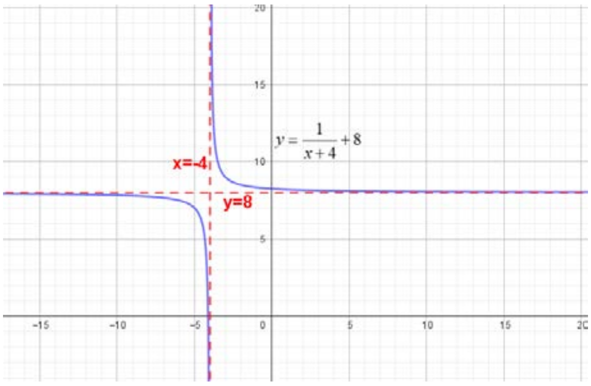
a. $y=\dfrac{10}{x-5}+3$ b. $y=\dfrac{1}{x+4}+8$ c. $y=\dfrac{100}{x+10}+1$

d. $y=\dfrac{10}{2x-4}-7$ e. $y=6-\dfrac{4}{x}$ f. $y=\dfrac{20}{5-x}-2$

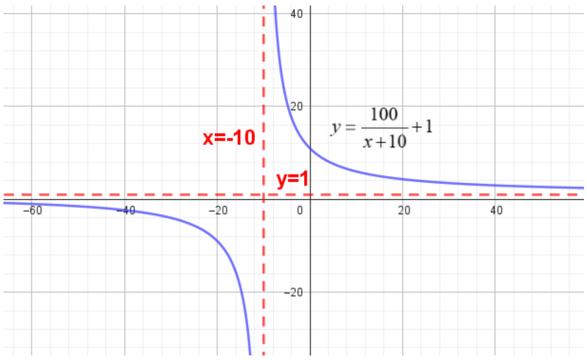
a) $y=\dfrac{10}{x-5}+3$



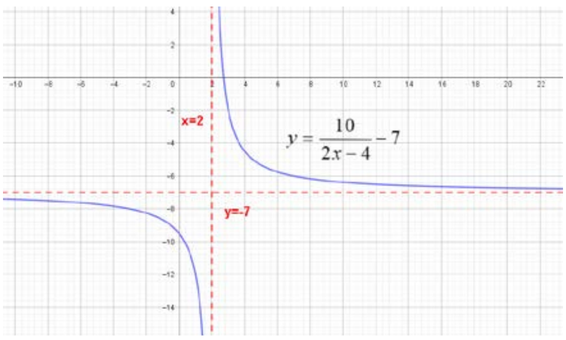
b) $y=\dfrac{1}{x+4}+8$



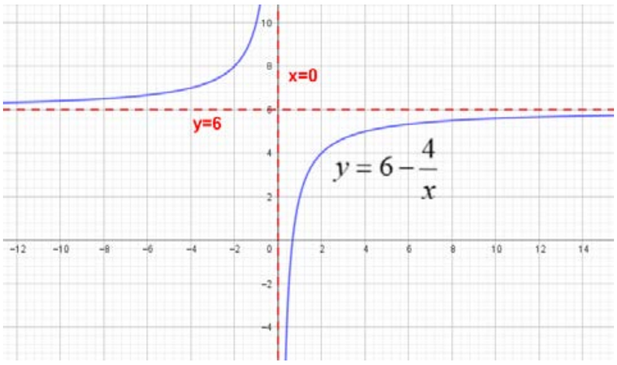
c) $y=\dfrac{100}{x+10}+1$



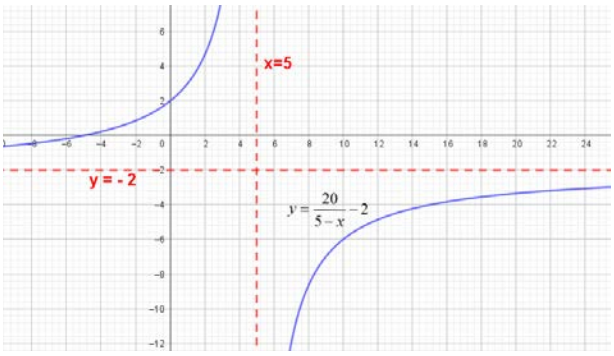
d) $y=\dfrac{10}{2x-4}-7$



e) $y = 6 - \frac{4}{x}$



f) $y = \frac{20}{5-x} - 2$



20. Estudia el dominio, recorrido, continuidad, simetría, asíntotas y crecimiento de las funciones de proporcionalidad inversa del ejercicio anterior.

a) $\boldsymbol{y = \frac{10}{x-5} + 3}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{5\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{5\}$
- Continuidad: $\mathbb{R} - \{5\}$
- Simetría: No tiene simetría
- Asíntota Vertical: $x = 5$
- Asíntota Horizontal: $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{10}{x-5} + 3\right) = 0 + 3 = 3$
- Monotonía: Siempre decreciente

b) $\mathbf{y = \frac{1}{x+4} + 8}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{-4\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{8\}$
- Continuidad: $\mathbb{R} - \{-4\}$
- Simetría: No tiene simetría
- Asíntota Vertical: $x = -4$
- Asíntota Horizontal: $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{x+4} + 8\right) = 0 + 8 = 8$
- Monotonía: Siempre decreciente

c) $\mathbf{y = \frac{100}{x+10} + 1}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{-10\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{1\}$

- Continuidad: $\mathbb{R}-\{-10\}$
- Simetría: No tiene simetría
- Asíntota Vertical: $x=-10$
- Asíntota Horizontal: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{100}{x+10}+1\right)=0+1=1$
- Monotonía: Siempre decreciente

d) $y=\frac{10}{2x-4}-7$

- Dominio: $\mathbb{R}-\{2\}$
- Recorrido: $\mathbb{R}-\{7\}$
- Continuidad: $\mathbb{R}-\{2\}$
- Simetría: No tiene simetría
- Asíntota Vertical: $x=2$
- Asíntota Horizontal: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{10}{2x-4}-7\right)=0-7=-7$
- Monotonía: Siempre decreciente

e) $y=6-\frac{4}{x}$

- Dominio: $\mathbb{R}-\{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R}-\{6\}$
- Continuidad: $\mathbb{R}-\{0\}$
- Simetría: No tiene simetría
- Asíntota Vertical: $x=0$
- Asíntota Horizontal: $\lim_{x\to\infty}\left(6-\frac{4}{x}\right)=6-0=6$
- Monotonía: Siempre Creciente

f) $y=\frac{20}{5-x}-2$

- Dominio: $\mathbb{R}-\{5\}$
- Recorrido: $\mathbb{R}-\{-2\}$
- Continuidad: $\mathbb{R}-\{5\}$
- Simetría: No tiene simetría
- Asíntota Vertical: $x=5$
- Asíntota Horizontal: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{20}{5-x}-2\right)=0-2=-2$
- Crecimiento: Siempre Creciente

21. Escribe una regla para expresar cómo se trasladan las asíntotas según los parámetros *a* y *b*.

La asíntota vertical de la función $\mathrm{f(x)}=\frac{\mathrm{k}}{x-a}+b$ es $x=a$.

La asíntota horizontal es $y=b$.

El parámetro b desplaza la gráfica verticalmente

El parámetro a desplaza la gráfica horizontalmente

Y el parámetro k afecta su apertura y posición en los cuadrantes.

22. Representa las siguientes hipérbolas:

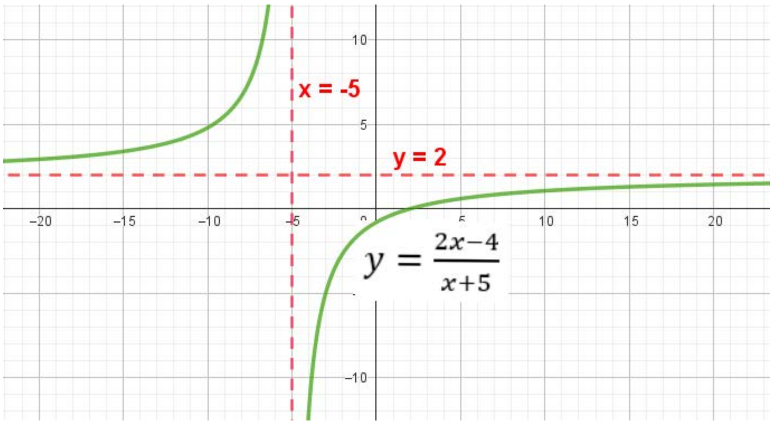
a) $y=\frac{2x-4}{x+5}$ b) $y=\frac{3-5x}{x+2}$ c) $y=\frac{4x-12}{x-3}$

d) $y=\frac{6x+8}{1-x}$ e) $y=\frac{7x+5}{x-4}$ f) $y=\frac{6x+10}{2x-1}$

a) $y=\frac{2x-4}{x+5}$

$$\begin{array}{r|l} 2x-4 & x+5 \\ \cline{2-2} -2x-10 & 2 \\ -14 & \end{array}$$

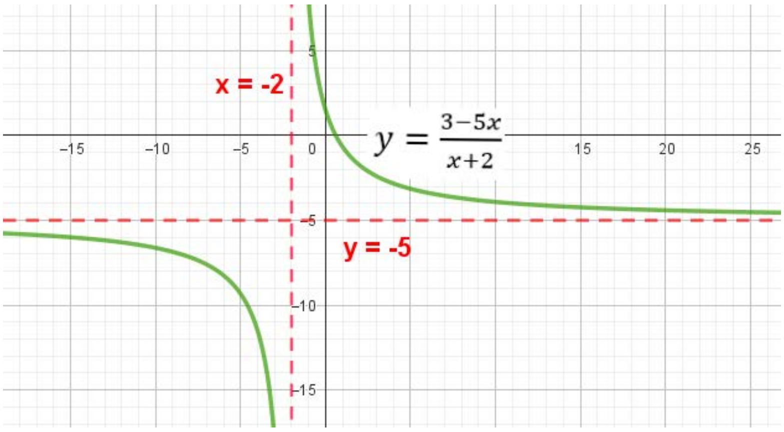
$$y=\frac{2x-4}{x+5}=\frac{-14}{x+5}+2$$



b) $y=\frac{3-5x}{x+2}$

$$\begin{array}{r|l} 3-5x & x+2 \\ \cline{2-2} 10+5x & -5 \\ 13 & \end{array}$$

$$y=\frac{3-5x}{x+2}=\frac{13}{x+2}-5$$

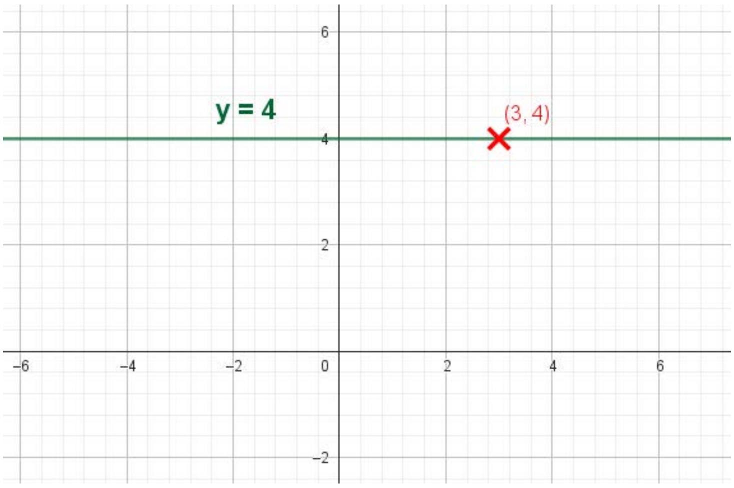


c) $y=\frac{4x-12}{x-3}$

$$\begin{array}{r|l} 4x-12 & x-3 \\ \cline{2-2} -4x+12 & 4 \\ 0 & \end{array}$$

$$y=\frac{4x-12}{x-3}=4$$

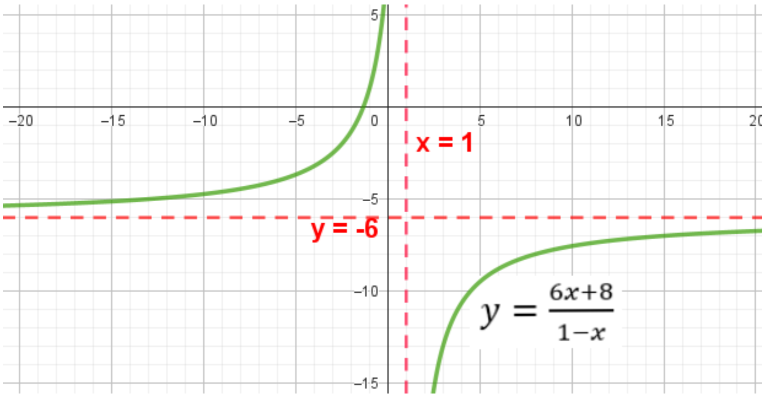
Es la recta y = 4 menos el punto (3, 4)



d) $y = \frac{6x+8}{1-x}$

$$\begin{array}{r|l} 6x+8 & 1-x \\ \hline -6x+6 & -6 \\ 14 & \end{array}$$

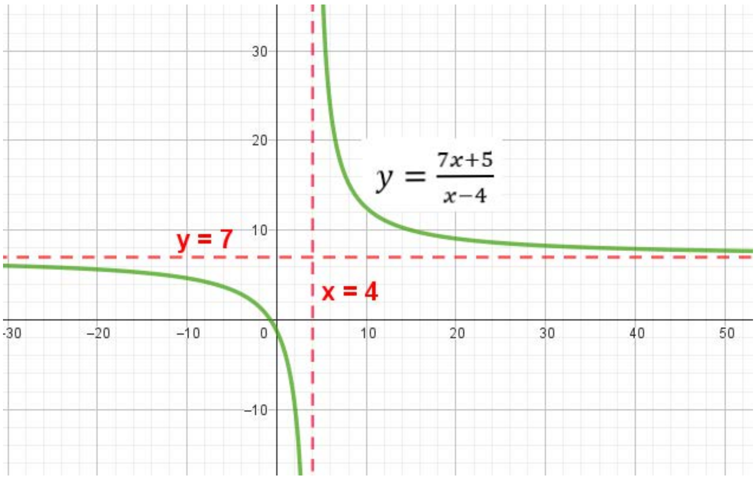
$y = \frac{6x+8}{1-x} = \frac{14}{1-x} - 6$



e) $y = \frac{7x+5}{x-4}$

$$\begin{array}{r|l} 7x+5 & x-4 \\ \hline -7x+28 & 7 \\ 33 & \end{array}$$

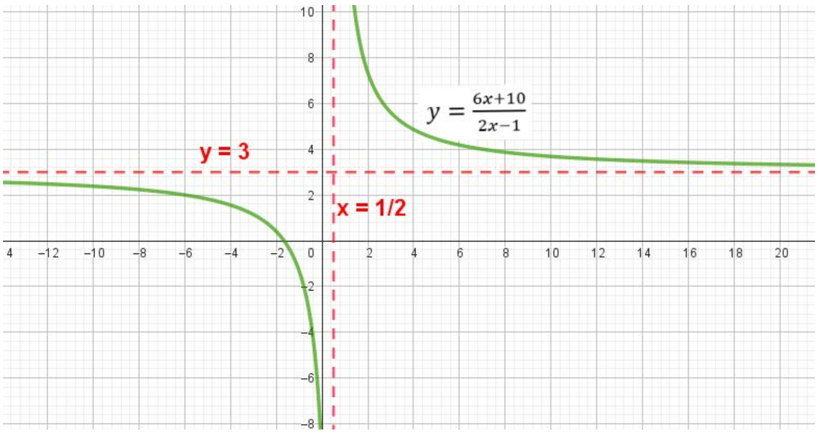
$y = \frac{7x+5}{x-4} = \frac{33}{x-4} + 7$



f) $y = \frac{6x+10}{2x-1}$

$$\begin{array}{r|l} 6x+10 & 2x-1 \\ \hline -6x+3 & 3 \\ 13 & \end{array}$$

$y = \frac{6x+10}{2x-1} = \frac{13}{2x-1} + 3$

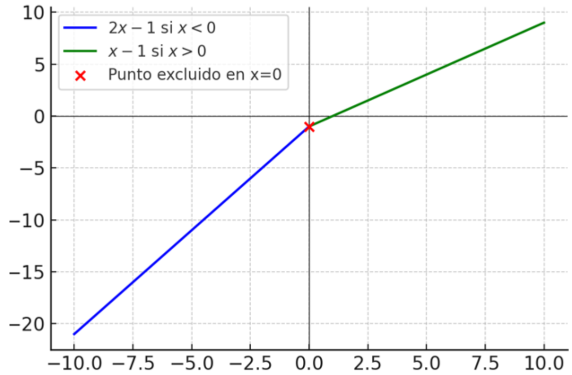


23. Utiliza GeoGebra para comprobar tus anteriores representaciones:

Hecho en el ejercicio 22.

4. FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

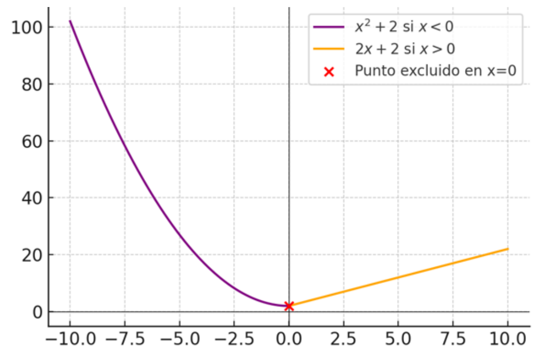
24. Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & Si\ x<0 \\ x-1\ , & Si\ x>0 \end{cases}$



Los 2 trozos corresponden a rectas.
Damos valores a x:
x = -5 , f(-5) = 2·(-5) – 1 = -11
x = 0 , f(0) = 2·0 – 1 = - 1

x = 0 , f(0) = 0 – 1 = -1
x = 5 , f(5) = 5 – 1 = 4
Aunque 0 no pertenece al dominio lo sustituimos para ver su valor en los trozos.

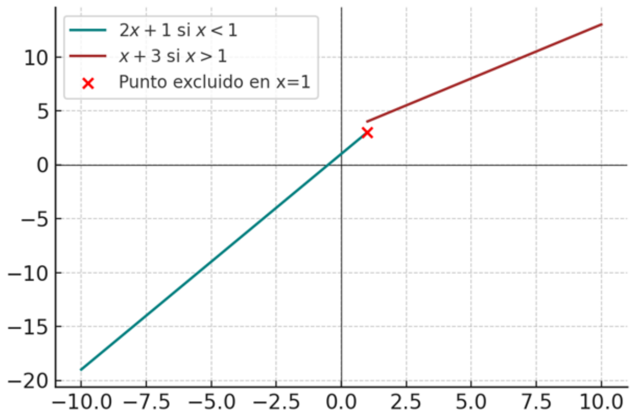
25. Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} x^2+2, & Si\ x<0 \\ 2x+2\ , & Si\ x>0 \end{cases}$



Para x < 0 , la gráfica es una parábola como x^2 desplazada 2 unidades hacia arriba, para x = 0 , f(0) = 2

Para x > 0 la gráfica es una recta.
Damos valores a x:
x = 0 , f(0) = 2·0 + 2 = 2
x = 5 , f(5) = 2·5 + 2 =12

26. Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & Si\ x<1 \\ x+3\ , & Si\ x>1 \end{cases}$



Los 2 trozos corresponden a rectas.
Damos valores a x:

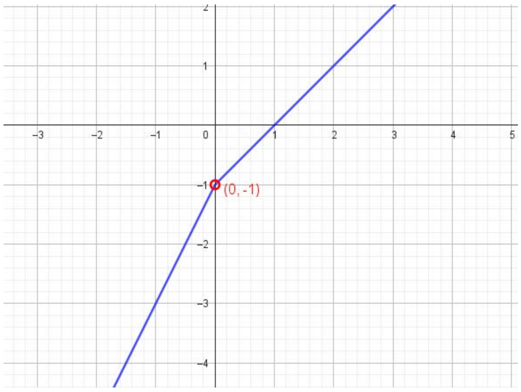
x = -5 , f(-5) = 2·(-5) + 1 = -9
x = 1 , f(1) = 2·1 + 1 = 3

x = 1 , f(1) = 1 + 3 = 4
x = 5 , f(1) = 5 + 3 = 8

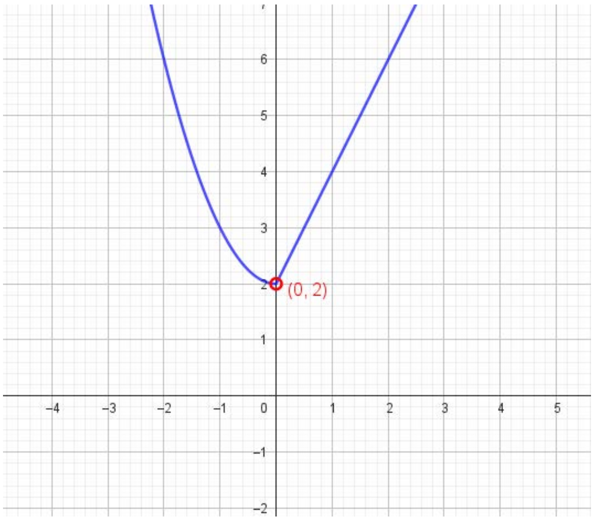
Aunque 1 no pertenece al dominio lo sustituimos para ver su valor en los trozos.

27. Utiliza GeoGebra para comprobar tus anteriores representaciones:

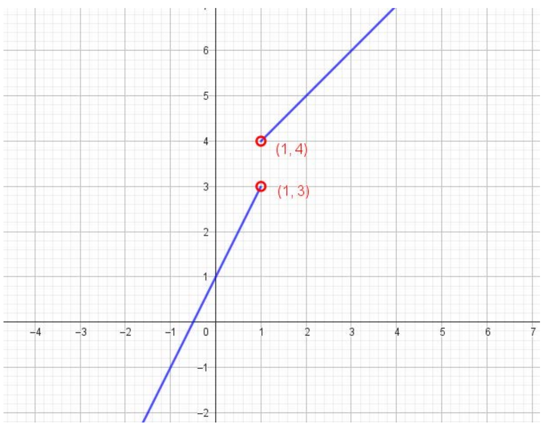
a) $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & Si\ x<0 \\ x-1\ , & Si\ x>0 \end{cases}$



b) $f(x) = \begin{cases} x^2+2, & Si\ x<0 \\ 2x+2\ , & Si\ x>0 \end{cases}$



c) $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & Si\ x<1 \\ x+3\ , & Si\ x>1 \end{cases}$



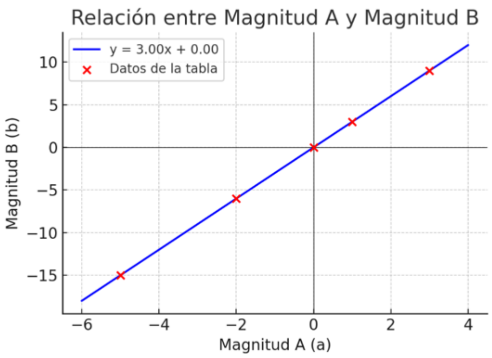
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Representa gráficamente la siguiente relación de proporcionalidad: dada en la siguiente tabla y escribe su ecuación. Describe qué tipo de relación es.

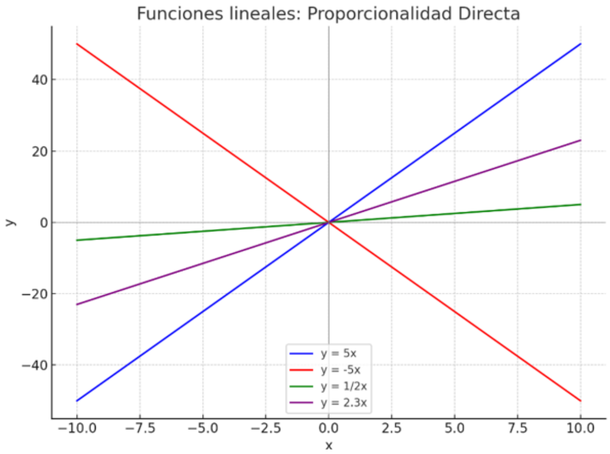
Magnitud A (a)	-5	-2	0	1	3
Magnitud B (b)	-15	-6	0	3	9

Es una relación lineal directa y proporcional, ya que pasa por el origen y tiene una pendiente constante.

$$b = 3a$$



2. Representa las rectas: a) *y* = 5*x*, b) *y* = –5*x*, c) *y* = (1/2)*x*, d) *y* = 2.3*x*.



***3.* Estudia el dominio, máximos y mínimos y simetrías de las funciones lineales:**

a) *y* = 1.5*x*, b) *y* = –0.5*x*.

a) *y* = 1.5*x*,
- Dominio: $(-\infty, \infty)$
- Máximos y mínimos: No tiene máximos o mínimos
- Simetría: $f(-x) = 1{,}5(-x) = -1{,}5x = -f(x)$

b) *y* = -0.5*x*.
- Dominio: $(-\infty, \infty)$
- Máximos y mínimos: No tiene máximos o mínimos
- simetría: $f(-x) = 0{,}5(-x) = -0{,}5x = -f(x)$

4. **Estudia la función $y = 0.7x$ en el intervalo [-2, 5].**

- Dominio: $[-2{,}5]$
- Máximo y mínimo:

$Para\ x = -2\ \rightarrow y = 0{,}7(-2) = -1{,}4\ \rightarrow Minimo\ relativo\ x = -2$

$Para\ x = 5\ \rightarrow y = 0{,}7(5) = 3{,}5\ \rightarrow\ Maximo\ relativo\ x = 5$

- Simetría: no es simétrica, porque en el intervalo $[-2{,}5]$ no es simétrico respecto al 0.

5. Calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1, 4) y (0, 0) y determina su expresión algebraica.

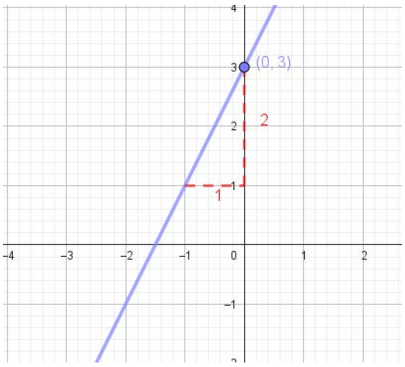
$$\mathrm{m} = \frac{\mathrm{y}_2 - \mathrm{y}_1}{\mathrm{x}_2 - \mathrm{x}_1} = \frac{4}{1} = 4$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = 4(x - 0) \rightarrow y = 4x$$

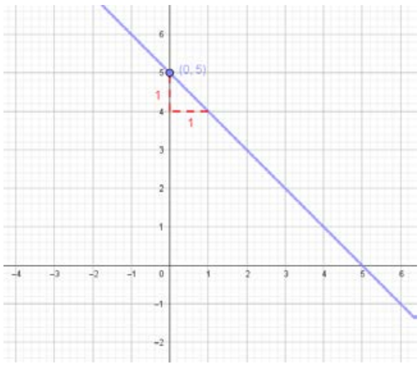
6. **Representa las siguientes funciones lineales:**

a) $\boldsymbol{y = 2x + 3}$ **b)** $\boldsymbol{y = -x + 5}$ **c)** $\boldsymbol{y = 3x - 2}$ **d)** $\boldsymbol{y = -2x - 3}$

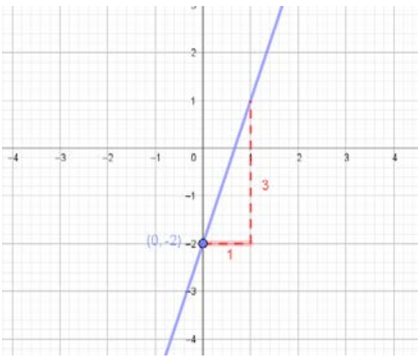
a) $y = 2x + 3$



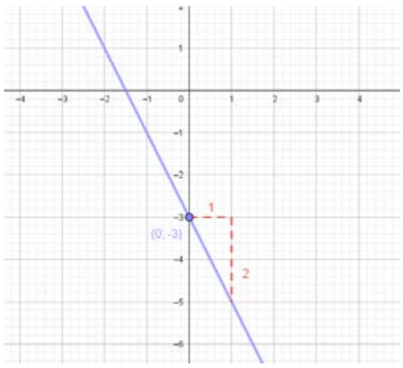
b) $y = -x + 5$



c) $y = 3x - 2$



d) $y = -2x - 3$



7. Calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1, 4) y (2, 1) y determina su expresión algebraica.

$$\mathrm{m} = \frac{\mathrm{y}_2 - \mathrm{y}_1}{\mathrm{x}_2 - \mathrm{x}_1} = \frac{1-4}{2-1} = -3$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 4 = -3(x - 1) \rightarrow y - 4 = -3x + 3 \rightarrow y = -3x + 7$$

8. Calcula la pendiente de las rectas que pasa por los puntos que se indican y determina su expresión algebraica.

a) (5, 1), (3, –2) b) (–3, 4), (4, –1) c) (1, 4), (0, 6) d) (–2, –4), (–1, 0)

a) $(5,1),(3,-2)$

$$\mathrm{m}=\frac{\mathrm{y}_2-\mathrm{y}_1}{\mathrm{x}_2-\mathrm{x}_1}=\frac{-2-1}{3-5}=\frac{3}{2}$$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-1=\frac{3}{2}(x-1)\rightarrow y-1=-\frac{3}{2}x-\frac{15}{2}\rightarrow y=\frac{3}{2}x-\frac{13}{2}$$

b) $(-3,4),(4,-1)$

$$\mathrm{m}=\frac{\mathrm{y}_2-\mathrm{y}_1}{\mathrm{x}_2-\mathrm{x}_1}=\frac{-1-4}{4-(-3)}=-\frac{5}{7}$$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-4=-\frac{5}{7}(x+3)\rightarrow y-4=-\frac{5}{7}x+\frac{13}{7}\rightarrow y\ =-\frac{5}{7}x+\frac{13}{7}$$

c) $(1,\ 4),\ (0,\ 6)$

$$\mathrm{m}=\frac{\mathrm{y}_2-\mathrm{y}_1}{\mathrm{x}_2-\mathrm{x}_1}=\frac{6-4}{0-1}=-2$$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-4=-2(x-1)\rightarrow y-4=-2x+2\rightarrow y=-2x+6$$

d) $(-2,\ -4),\ (-1,\ 0)$

$$\mathrm{m}=\frac{\mathrm{y}_2-\mathrm{y}_1}{\mathrm{x}_2-\mathrm{x}_1}=\frac{-4}{-1-(-2)}=4$$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y+4=4(x+2)\rightarrow y+4=4x+8\rightarrow y=4x+4$$

9. Dos empresas de telefonía móvil lanzan sus ofertas: la empresa StarTel ofrece por cada llamada pagar 50 céntimos más 2 céntimos por minuto hablado; Tel-Hello ofrece 75 céntimos por llamada y minutos ilimitados. ¿Qué oferta es más económica? Para dar la respuesta, realiza los siguientes pasos, expresando los resultados analítica y gráficamente:

- **¿Hay algún momento en que las dos ofertas sean iguales?**
- **Si hablo una media de 15 minutos al día, ¿qué oferta me conviene?**
- **Si hablo una media de 35 minutos al día, ¿qué oferta me conviene?**
- **Si hago una media de 10 llamadas al día de 3 minutos de duración, ¿qué oferta me conviene?**
- **Si hago una media de 2 llamadas al día de 30 minutos de duración, ¿qué oferta es la mejor?**
- **¿Qué oferta es más económica?**

StarTel: y = 50 + 2x; Tel-Hello: y = 75. (trabajando con céntimos)

a) 50 + 2x = 75 , las dos ofertas se igualan en x = 25/2 = 12,5 minutos.

b) Depende del número de llamadas. Si cada llamada es de media 15 minutos, Tel-Hello

c) Depende del número de llamadas. Si cada llamada es de media 35 minutos, Tel-Hello

d) Star Tel

e) Tel Hello

f) Depende. Si las llamadas son de menos de 12 minutos, Star Tel, si son de más de 13 minutos, Tel Hello.

10. El escritor Jaime Joyce tiene distintas ofertas editoriales para publicar su última novela. La editorial Dole le ofrece 100 €, además del 20 % de cada libro que venda; la editorial Letrarte le ofrece 350 €; y la editorial Paco le ofrece según la venta de libros: 50 € si vende hasta 250 libros, 100 € si vende hasta 500 libros, 300 € si vende hasta 1 000 libros y 500 € si vende más de 1 000 libros. Entre todas las editoriales, ¿cuál crees que es mejor oferta para Jaime?

- Editorial Dole
  - Pago fijo: 100€
  - Ganancia Total: $100 + 0{,}2 \cdot \mathrm{P} \cdot \mathrm{n}$
- Editorial Letrarte
  - Pago fijo: 350€
- Editorial Paco:
  - Hasta 250 libros: 50 €
  - Hasta 500 libros: 100 €
  - Hasta 1 000 libros: 300 €
  - Más de 1 000 libros: 500 €

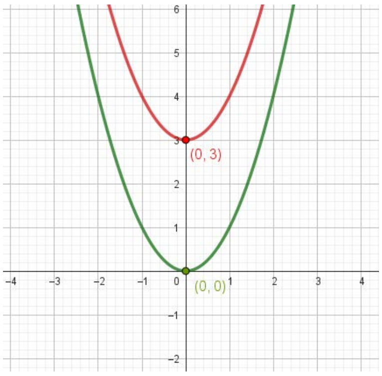
Depende de la cantidad de libros que estime vender. Si estima que vende más de 4500, la editorial Dole, si más de 1000 pero menos de 4500, la editorial Paco, y si menos de 1000 la editorial Letrarte.

Funciones cuadráticas

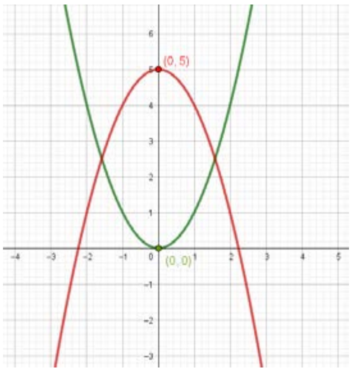
11. A partir de la parábola *y* = *x*², dibuja la gráfica de las siguientes parábolas:

a) $\boldsymbol{y = x^2 + 3}$ **b)** $\boldsymbol{y = -x^2 + 5}$ **c)** $\boldsymbol{y = (x-2)^2}$ **d)** $\boldsymbol{y = (-x-3)^2}$

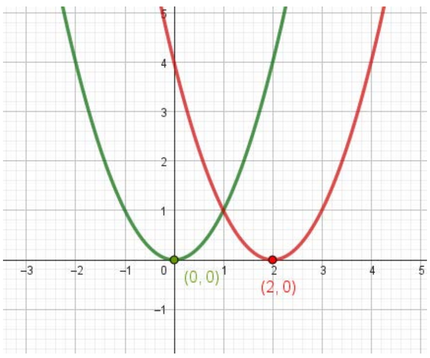
a) $y = x^2 + 3$



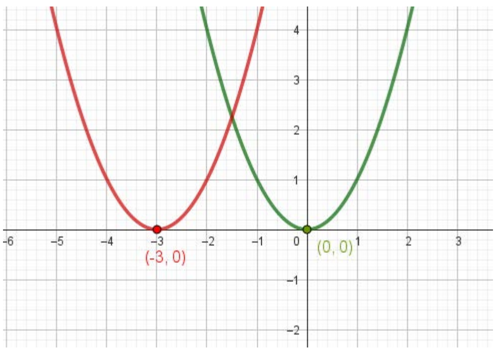
b) $y = -x^2 + 5$



c) $y = (x-2)^2$



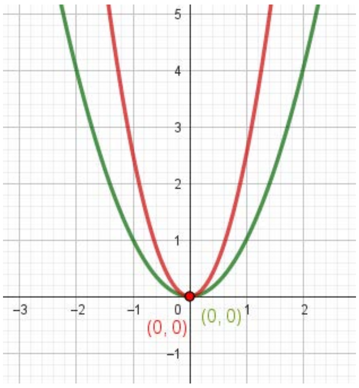
d) $y = (-x-3)^2 = (x+3)^2$



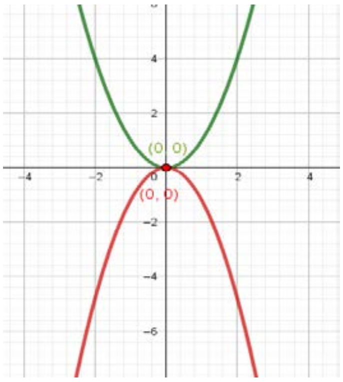
12. A partir de la parábola $y = x^2$, dibuja la gráfica de las siguientes parábolas:

a) $y = 2,5x^2$ b) $y = -1,2x^2$ c) $y = \frac{1}{2}x^2$ d) $y = -0,7x^2$

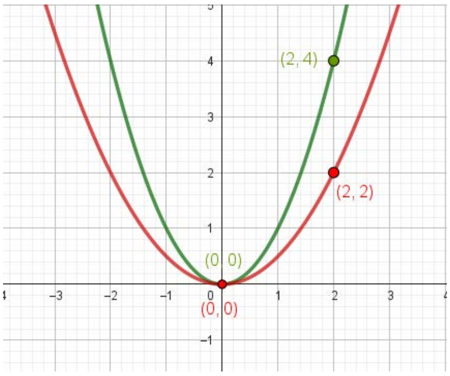
a) $y = 2,5x^2$



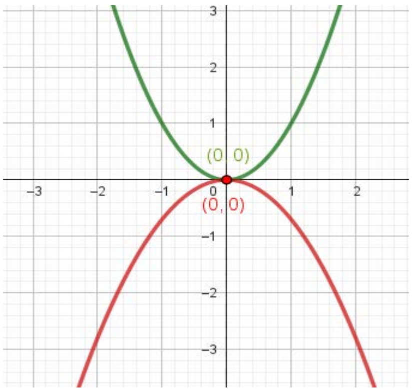
b) $y = -1,2x^2$



c) $y = \frac{1}{2}x^2$



d) $y = -0,7x^2$



13. Representa la gráfica de las funciones parabólicas siguientes e indica el vértice:

a) $y = x^2 + 3x + 2$ b) $y = -x^2 + 5x - 4$ c) $y = (x - 2)^2 + 4$ d) $y = -x^2 + x - 3$.

a) $y = x^2 + 3x + 2 \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2 \cdot 1} = \frac{-3}{2} \rightarrow \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right) + 2 = \frac{-1}{4} \rightarrow$ V(-1,5 , -0,25)

b) $y = -x^2 + 5x - 4 \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2 \cdot (-1)} = \frac{5}{2} \rightarrow -\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) - 4 = \frac{9}{4} \rightarrow$ V(2,5 , 2,25)

c) $y = (x - 2)^2 + 4 \quad \rightarrow \quad V(2, 4)$

d) $y = -x^2 + x - 3 \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \cdot (-1)} = \frac{1}{2} \rightarrow -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right) - 3 = -\frac{11}{4} \rightarrow$ V(0,5 , -2,75)

14. Determina los elementos de las parábolas siguientes:

a) $y = 3x^2 + 2x + 5$

- Apertura: hacia arriba
- Vértice : $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$; $y_v = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 2\left(-\frac{1}{3}\right) + 5 = \frac{44}{9} \rightarrow V\left(-\frac{1}{3}, \frac{44}{9}\right)$
- Eje de Simetría: $x = -\frac{1}{3}$
- Ordenada en el origen: $y = 5$

b) $\boldsymbol{y=-2x^2+4x-1}$
- Apertura: Hacia abajo
- Vértice : $x_v=-\frac{b}{2a}=\frac{4}{4}=1$; $y_v=-2(1)^2+4(1)-1=1\rightarrow\ V(1,1)$
- Eje de Simetría: $x=1$
- Ordenada al origen: $y=-1$

c) $\boldsymbol{y=4(x-2)^2+4}$
- Apertura: Hacia arriba
- Vértice: $(2,4)$
- Eje de Simetría: $x=2$
- Ordenada en el origen: $y=20$

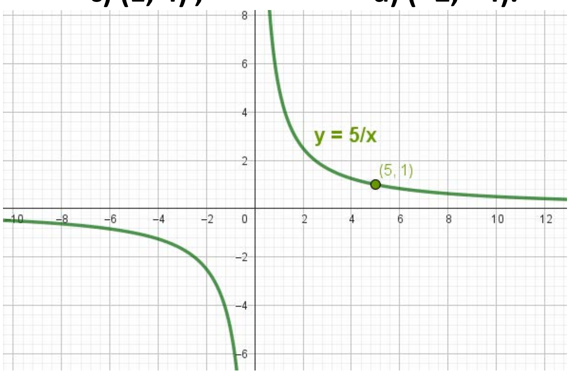
d) $\boldsymbol{y=-5x^2+2x-6}$
- Apertura: hacia abajo
- Vértice : $x_v=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{10}=-\frac{1}{5}$; $y_v=-5\left(-\frac{1}{5}\right)^2+2\left(-\frac{1}{5}\right)-6=-\frac{145}{25}\rightarrow$
  $\rightarrow V\left(-\frac{1}{5},-\frac{145}{25}\right)$
- Eje de Simetría $x=\frac{1}{5}$
- Ordenada al origen: $y=-6$

Funciones de proporcionalidad inversa

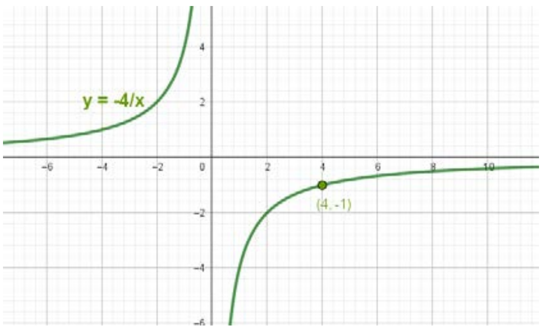
15. Halla la expresión analítica y representa la gráfica de las hipérbolas *y* = *k*/*x* que pasan por los puntos que se indican. Escribe los intervalos donde la función es creciente o decreciente.

a) (5, 1), b) (4, –1) , c) (1, 4) , d) (–2, –4).

a) $(5,1)\rightarrow k=5\cdot 1=5\rightarrow y=\frac{5}{x}$
- Decreciente: $(-\infty,0)$
- Decreciente: $(0,\infty)$

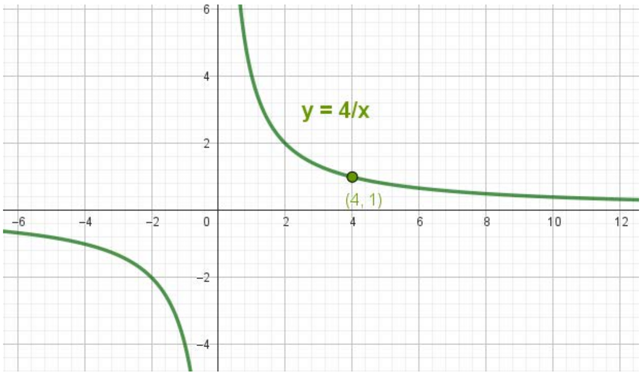


b) $(4,-1)\rightarrow k=4\cdot(-1)=-4\rightarrow$
$\rightarrow y=\frac{-4}{x}$
- Creciente: $(-\infty,0)$
- Creciente: $(0,\infty)$



c)$(1,4) \rightarrow k = 1 \cdot 4 = 4 \rightarrow y = \frac{4}{x}$

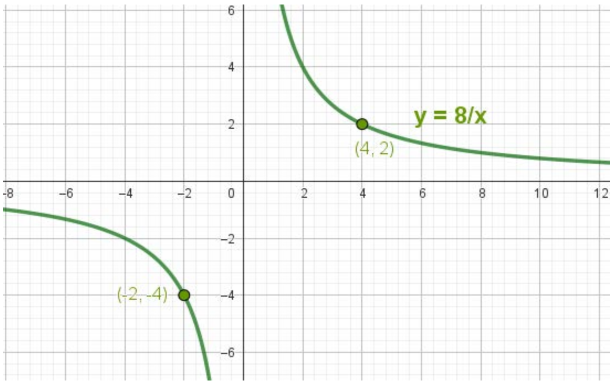
- Decreciente: $(-\infty, 0)$
- Decreciente: $(0, \infty)$



d) $(-2, -4) \rightarrow k = (-2) \cdot (-4) =$

$= 8 \rightarrow y = \frac{8}{x}$

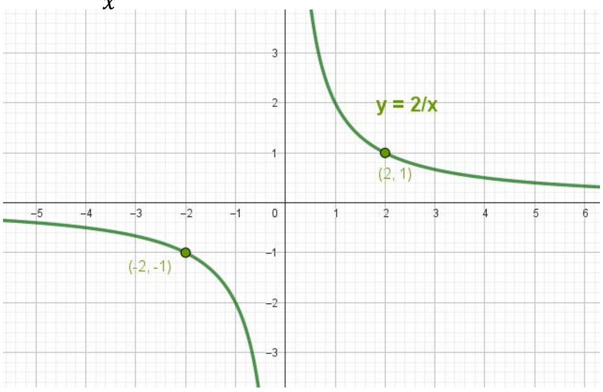
- Decreciente: $(-\infty, 0)$
- Decreciente: $(0, \infty)$



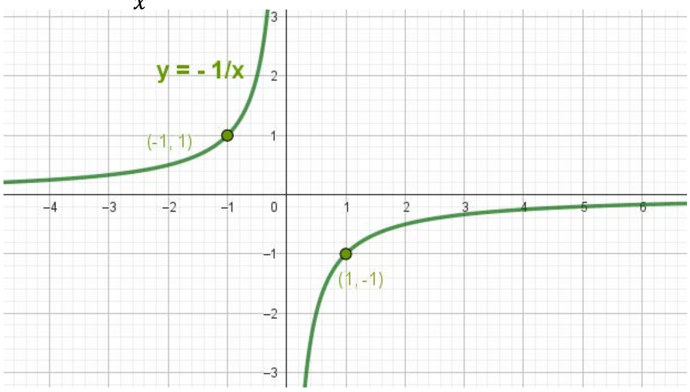
16. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa:

a) *y* = 2/*x* **b) *y* = –1/*x*** **c) *y* = 3/*x*** **d) *y* = –2/*x*.**

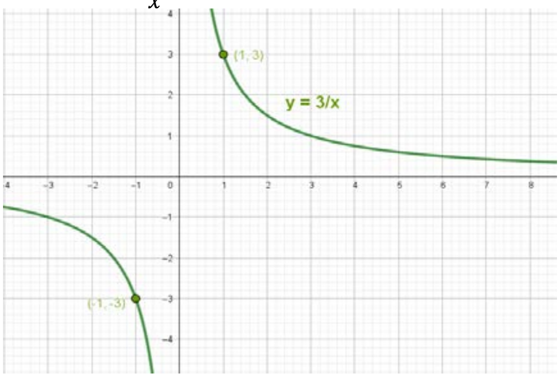
a) $y = \frac{2}{x}$



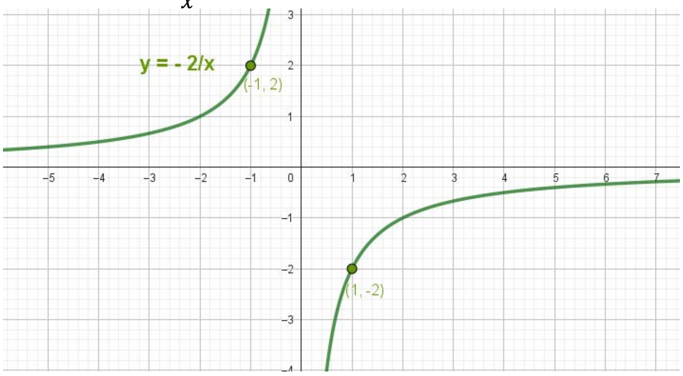
b) $y = -\frac{1}{x}$



$c)\ y = \frac{3}{x}$



$d)\ y = -\frac{2}{x}$



17. Determina el dominio, recorrido, continuidad, máximos y mínimos y el crecimiento de las siguientes hipérbolas:

a) $y = 2,3/x$ **b)** $y = –1,7/x$ **c)** $y = 3,2/x$ **d)** $y = –2,1/x$.

a) $y = \frac{2,3}{x}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos o Mínimos: No tiene extremos
- Decreciente: (0, ∞)
- Decreciente: (–∞,0)

b) $y = -\frac{1,7}{x}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos o Mínimos: No tiene extremos
- Creciente: (0, ∞)
- Creciente: (–∞,0)

c) $y = \frac{3,2}{x}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos o Mínimos: No tiene extremos
- Decreciente: (0, ∞)
- Decreciente: (–∞,0)

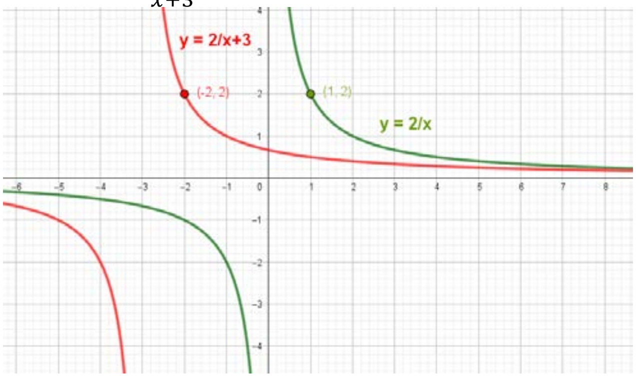
d) $y = -\frac{2,1}{x}$

- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Continuidad: $\mathbb{R} - \{0\}$
- Máximos o Mínimos: No tiene extremos
- Creciente: (0, ∞)
- Creciente: (–∞,0)

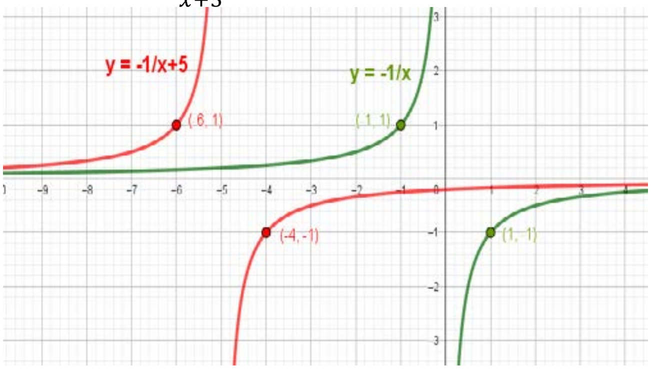
18. Representa las siguientes hipérbolas:

a) $y = 2/x + 3$ **b)** $y = –1/x + 5$ **c)** $y = 3/x – 2$ **d)** $y = –2/x – 3$.

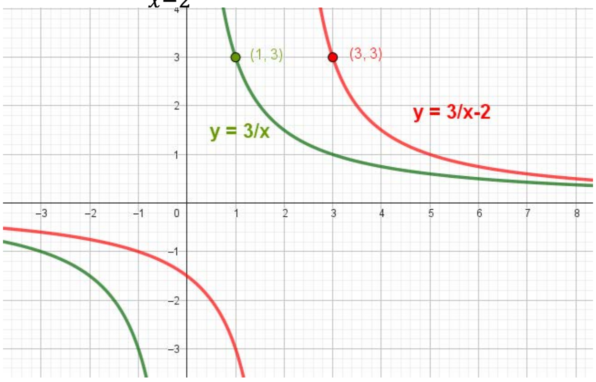
$a)\ y = \frac{2}{x+3}$



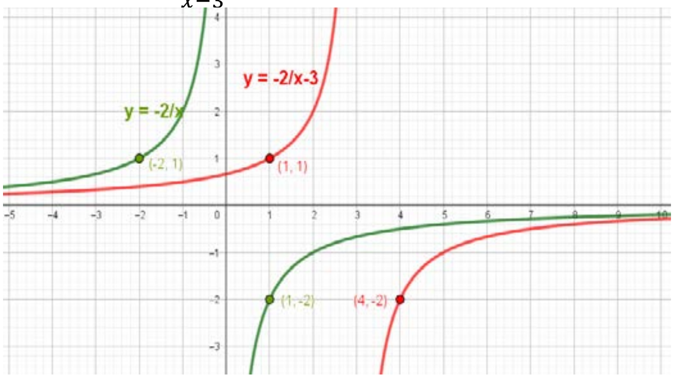
$b)\ y = -\frac{1}{x+5}$



$c)\ y = \frac{3}{x-2}$



$d)\ y = -\frac{2}{x-3}$



19. Representa las siguientes hipérbolas:

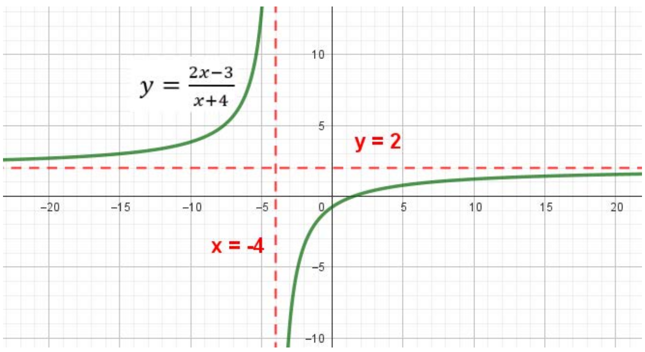
a) $y = 2/x + 3$ b) $y = -1/x + 5$ c) $y = 3/x - 2$ d) $y = -2/x - 3$.

Es el ejercicio 18

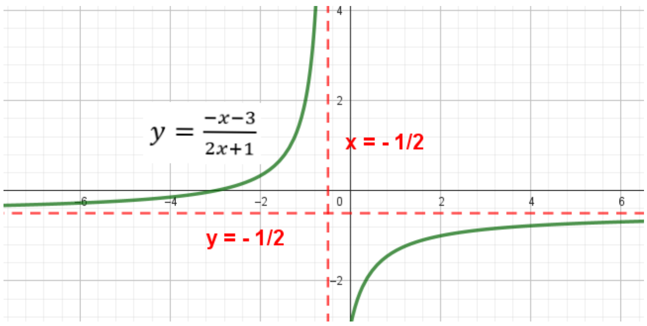
20. Representa las siguientes hipérbolas

a) $y = \frac{2x-3}{x+4}$ **b)** $y = \frac{-x-3}{2x+1}$ **c)** $y = \frac{2x-3}{3x-2}$ **d)** $y = \frac{x+2}{-x-3}$.

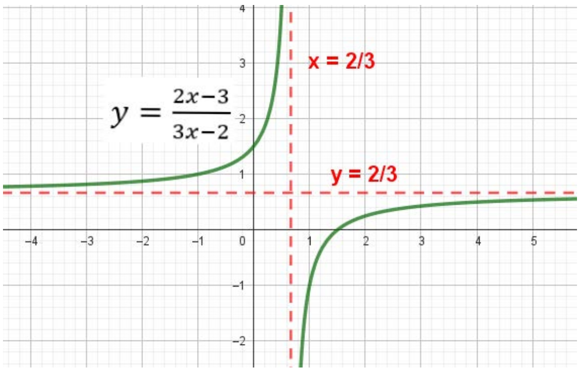
a) $y = \frac{2x-3}{x+4} = \frac{-11}{x+4} + 2$



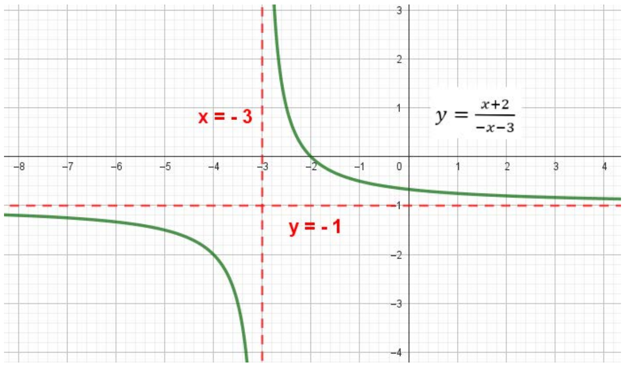
b) $y = \frac{-x-3}{2x+1} = \frac{-\frac{5}{2}}{2x+1} - \frac{1}{2}$



$c)\ y = \frac{2x-3}{3x-2} = \frac{-\frac{13}{3}}{3x-2} + \frac{2}{3}$



$d)\ y = \frac{x+2}{-x-3} = \frac{-1}{-x-3} - 1 = \frac{1}{x+3} - 1$

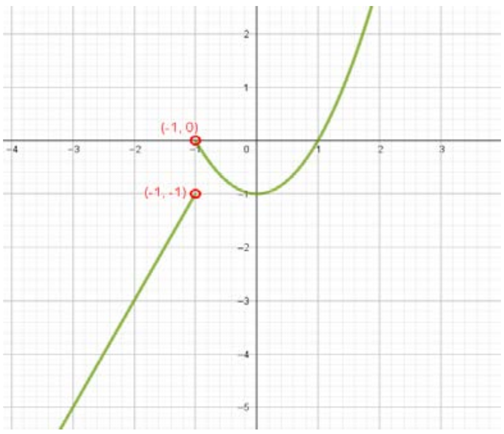


Funciones definidas a trozos

21. Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & Si\ x < -1 \\ x^2 - 1 & Si\ x > -1 \end{cases}$

Para x < -1 la gráfica es una recta.
Damos valores a x:
x = -2 , f(-2) = 2·(-2) + 1 = -3
x = -1 , f(-1) = 2·(-1) + 1 = -1

Para x > -1 , la gráfica es una parábola como x^2 desplazada 1 unidad hacia abajo, para x = -1 , f(-1) = 0
Aunque – 1 no pertenece al dominio, sustituimos para ayudar en la representación.



22. Determina los puntos de intersección con los ejes coordenados de la función:

$f(x) = \begin{cases} x+1 & Si\ x < 2 \\ x+2 & Si\ \ x > 2 \end{cases}$

$Para\ \mathbf{x} < \mathbf{2}\ ,\ f(x) = x + 1\ \rightarrow f(0) = 0 + 1 = 0$

o Intersección eje Y: (0,1)

$f(x) = x + 1 = 0\ \rightarrow x = -1$

o Intersección eje x: $(-1{,}0)$

$Para\ x > \mathbf{2}$

o Intersección eje Y: no tiene pues x es > 2

$f(x) = x + 2 = 0\ \rightarrow x = -2$

o Intersección eje x: no tiene pues x es > 2

23. **Indica los intervalos donde la función es creciente:** $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & Si\ x<2 \\ -x^2+4, & Si\ x>2 \end{cases}$

$Para\ \boldsymbol{x<2}\ ,\ \ f(x)=x^2+1$

Es una **parábola con concavidad hacia arriba** (porque el coeficiente de x^2 es positivo) la gráfica es igual que la de x^2 desplazada 1 unidad hacia arriba, luego el vértice es el (0, 1).

Sabemos que las parábolas con forma de "U" **decrecen** a la izquierda de su vértice y **crecen** a la derecha.

- $Decreciente: (-\infty, 0)$
- $Creciente: \quad (0,2)$

$Para\ \boldsymbol{x>2}\ \ f(x)=-x^2+4$

Es una **parábola con concavidad hacia** abajo (porque el coeficiente de x^2 es negativo) la gráfica es igual que la de $-x^2$ desplazada 4 unidades hacia arriba, luego el vértice es el (0, 4).

Sabemos que las parábolas con forma de "∩" **crecen** a la izquierda de su vértice y decrecen a la derecha.

Sería creciente en $(-\infty, 0)$ pero esta rama está definida para x > 2.

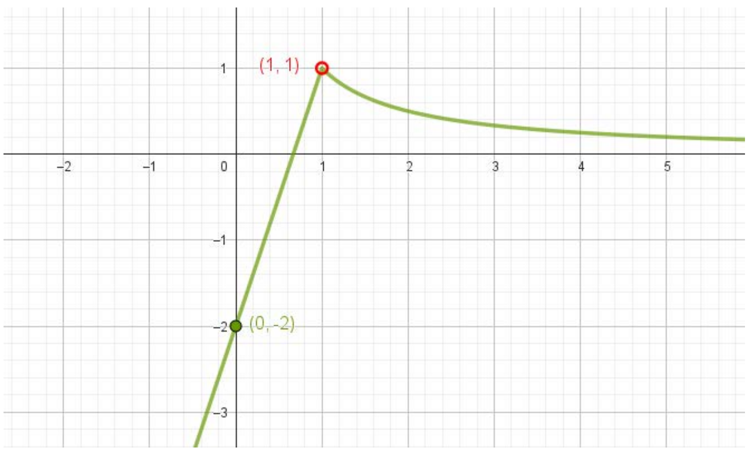
Por tanto la función es $\boldsymbol{Creciente\ en\ (0,2)}$

24. Representa gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} 3x-2 & Si\ x<1 \\ \frac{1}{x} & Si\ x>1 \end{cases}$**:**

Para x < 1 la gráfica es una recta.
Damos valores a x:
x = 0 , f(0) = 3·0 – 2 = – 2
x = 1 , f(1) = 3·1 – 2 = 1

Para x > 1 , la gráfica es la hipérbola básica
Para x = 11 , f(1) = 1

Aunque 1 no pertenece al dominio, sustituimos para ayudar en la representación.



AUTOEVALUACIÓN

1. La recta *y* = 4*x* + 2 tiene de pendiente *m* y ordenada en el origen *b*:

a) $\mathbf{m = 4, b = 0}$ b) $\mathbf{m = \frac{1}{2}, b = 6}$ c) $\mathbf{m = 2, b = 4}$ d) $\mathbf{m = 4,\ b = 2}$

d) $\mathrm{m = 4,\ b = 2}$

2. La recta que pasa por los puntos (1, 6) y (-2, 4) tiene de pendiente *m* y ordenada en el origen *b*:

a) $\mathbf{m = 2,\ b = 4}$ b) $\mathbf{m = \frac{3}{2},\ b = 6}$ c) $\mathbf{m = \frac{2}{3},\ b = \frac{16}{3}}$ d) $\mathbf{m = 6,\ b = \frac{2}{3}}$

$$\mathrm{m} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-6}{-2-1} = \frac{2}{3}$$

$$\mathrm{y = m}x + \mathrm{b} \rightarrow 6 = \frac{2}{3}(1) + \mathrm{b} \rightarrow 6 = \frac{2}{3} + \mathrm{b} \rightarrow \mathrm{b} = 6 - \frac{2}{3} \rightarrow \mathrm{b} = \frac{16}{3}$$

c) $\mathrm{m} = \frac{2}{3},\ \mathrm{b} = \frac{16}{3}$

3. Indica cuál de las siguientes funciones lineales es simétrica respecto del origen de coordenadas:

a) $\boldsymbol{y = -\frac{10}{17}x}$ b) $\boldsymbol{y = 3x + 1}$ c) $\boldsymbol{y = 4x + 2}$ d) $\boldsymbol{y = -x + 3}$

$$f(-x) = -\frac{10}{17}(-x) = \frac{10}{17}x = -f(x)$$

a) $y = -\frac{10}{17}x$

4. Indica cuál de las siguientes funciones cuadráticas es simétrica respecto del eje de ordenadas:

a) $\boldsymbol{y = -\frac{10}{17}x^2 + 3x}$ b) $\boldsymbol{y = 3x^2 + 2x + 1}$ c) $\boldsymbol{y = 4x^2}$ d) $\boldsymbol{y = -x^2 + 3x + 2}$

$$f(-x) = 4(-x)^2 = 4x^2 = f(x)$$

c) $y = 4x^2$

5. Indica el vértice de la función cuadrática *y* = 3*x*² + 1:

a) (0, 1) b) (1, 2) c) (0, 2) d) (0, 3)

$$X_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2(3)} = 0\ ;y_v = 3(0^2) + 1 = 1$$

a) (0, 1)

6. Señala cuál de las siguientes funciones cuadráticas es *más estrecha* que *y* = *x*²:

a) $\boldsymbol{y = -\frac{10}{17}x^2 + 3x}$ b) $\boldsymbol{y = 3x^2 + 2x + 1}$ c) $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 2}$ d) $\boldsymbol{y = -x^2 + 3}$

Cuánto mayor es el coeficiente de x^2 , (en valor absoluto) más estrecha, cerrada, es la parábola.

b) $y = 3x^2 + 2x + 1$

7. Indica cuál de las siguientes hipérbolas es simétrica respecto del origen de coordenadas:

a) $y = -\frac{15}{21x}$ **b)** $y = \frac{3}{x+1}$ **c)** $y = \frac{4}{x+2}$ **d)** $y = -\frac{1}{x+3}$

$$f(-x) = -\frac{15}{21(-x)} = \frac{15}{21x} = -f(x)$$

a) $y = -\frac{15}{21x}$

8. Señala cuál de las siguientes hipérbolas tiene como asíntotas a las rectas *x* = 2 e *y* = 3:

a) $y = -\frac{15}{21x}$ **b)** $y = -\frac{3}{x-2} + 3$ **c)** $y = \frac{4}{x+2} - 3$ **d)** $y = -\frac{12}{x+3} + 2$

En b) x – 2 = 0 , x = 2 asíntota vertical y la asíntota horizontal y = 3

b) $y = -\frac{3}{x-2} + 3$

9. Si traslado la hipérbola *y* = 3/*x* mediante el vector de traslación (1, 3) obtengo la hipérbola:

a) $y = \frac{3}{x-1} + 3$ **b)** $y = \frac{3}{x-3} + 1$ **c)** $y = \frac{3}{x+3} - 1$ **d)** $y = \frac{-3}{x+1} - 3$

a) $y = \frac{3}{x-1} + 3$

10. Señala cuál de las siguientes funciones cuadráticas alcanza un mínimo absoluto:

a) $y = \left(-\frac{10}{17}\right)x^2 + 3x$ **b)** $y = 3x^2 + 2x + 1$ **c)** $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 2$ **d)** $y = -x^2 + 3$

Para que alcance un mínimo el coeficiente de x^2 ha de ser positivo , de esta manera la parábola tiene forma de U

b) $y = 3x^2 + 2x + 1$