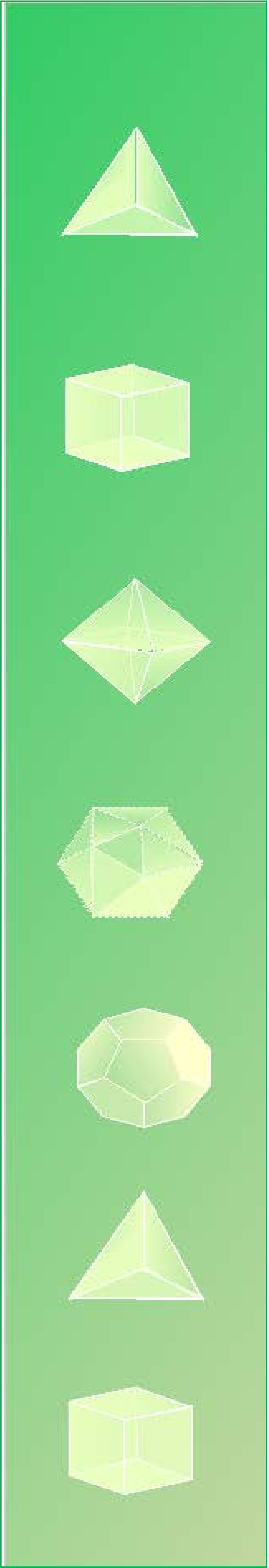


Matemáticas Académicas
4ºB ESO
Capítulo 16: Probabilidad
Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

www.apuntesmareaverde.org.es

Realizados por:
Laura Del Álamo León
IES ATENEA, CIUDAD REAL
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. **En una caja tenemos mezclados 25 clavos de 2 cm de largo, 15 de 3 cm, 20 de 2,5 cm y 40 de 3,5 cm. Sacamos al azar un clavo de la caja (se asume que todos los clavos tienen la misma probabilidad de elegir).¿Qué probabilidad hay de que el clavo extraído tenga la menor longitud?**

$$\text{P(el clavo extraído tenga la menor longitud)} = \frac{25}{25+15+20+40} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

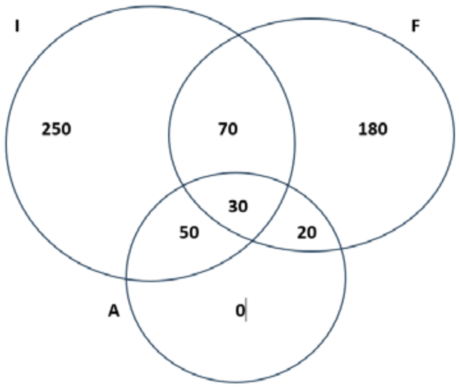
a) **La ruleta francesa consta de los números que van del 0 al 36. Si sale 0 gana la banca. Decidimo s apostar a "par" (ganaremos si sale un número par no nulo). ¿Qué probabilidad tenemos de ganar la apuesta?**

$$\text{P(ganar)} = \frac{18}{18 \text{ números impares} + 18 \text{ pares} + 0} = \frac{18}{37}$$

b) **La ruleta americana consta de un 0, un 00 y de los números que van del 1 al 36. Si sale 0 o 00 gana la banca. Decidimos apostar a "par"(ganaremos si sale un número par no nulo). ¿Qué probabilidad tenemos de ganar la apuesta?**

$$\text{P(ganar)} = \frac{18}{18 \text{ números impares} + 18 \text{ pares} + 0 + 00} = \frac{18}{38}$$

2. **En un instituto de 800 alumnos hay 400 estudiantes que hablan inglés, 300 que hablan francés, 100 que hablan alemán, 100 que hablan inglés y francés, 80 que hablan inglés y alemán, 50 que hablan francés y alemán y 30 que hablan los tres idiomas. Se elige un estudiante al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que hable solamente una lengua extranjera?**



Hay 30 que hablan los 3 idiomas
Inglés y Francés = 100 – 30 = 70
Inglés y Alemán = 80 – 30 = 50
Francés y Alemán = 50 – 30 = 20

Inglés = 400 – 70 – 30 – 50 = 250
Francés = 300 – 70 – 30 – 20 = 180
Alemán = 100 – 50 – 30 – 20 = 0

$$\text{P(un sólo idioma)} = \frac{250+180+0}{800} = \frac{430}{800} = \frac{43}{80}$$

3. **Vuelve a hacer todos los apartados del ejemplo anterior, pero sustituyendo en cada caso "bola blanca" por "bola roja". Es decir, la bolsa tiene ahora 6 bolas rojas y una bola negra:**

a) **Se extraen dos bolas al mismo tiempo. ¿Cuál es la probabilidad de que sean una roja y una negra?**

{RN, RN, ... RN} ; $\binom{7}{2} formas\ de\ coger\ 2\ bolas\ de\ 7$; $\text{P(una roja y una negra)} = \frac{6}{\binom{7}{2}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

b) Se extrae una bola de la bolsa. Después se saca una segunda bola, sin volver a meter en la bol sa la primera. ¿Cuál es la probabilidad de que tras la segunda extracción tengamos una bola ro ja y una bola negra?

Casos favorables: R1N, R2N, R3N, R4N, R5N, R6N, NR1, NR2, NR3, NR4, NR5, NR6 (se considera orden de extracción)

Casos posibles: son todas las formas de elegir una pareja de bolas en las que sí importa el orden de elección (primero se saca una y después otra) $V_{7,6} = 7 \cdot 6 = 42$

$$\text{P(tras la segunda extracción tengamos una bola roja y una negra)} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$$

c) Se extrae una bola de la bolsa. Después se saca una segunda bola, sin volver a meter en la bolsa la primera. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola sea roja y la segunda negra?

$$\text{P(la primera bola sea roja y la segunda negra)} = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{7}$$

d) Se extrae una bola de la bolsa. Tras mirar de qué color se introduce en la bolsa de nuevo. Se saca una segunda bola. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola sea roja y la segunda negra?

$$\text{P(la primera bola sea roja y la segunda negra)} = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{6}{49}$$

e) Se extrae una bola de la bolsa. Tras mirar de qué color se introduce en la bolsa de nuevo. Se sa ca una segunda bola. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos veces haya salido la bola negra?

$$\text{P(las dos veces salga una bola negra)} = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{49}$$

f) Se extrae una bola de la bolsa. Tras mirar de qué color es se introduce en la bolsa de nuevo. Se sa-

ca una segunda bola. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos veces haya salido una bola roja?

$$\text{P(las dos veces salga una bola roja)} = \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} = \frac{36}{49}$$

4. En la lotería primitiva una apuesta consiste en marcar 6 casillas de entre 49 posibles. El día del sorteo se extraen 6 bolas (de entre 49).

¿Cuál es la probabilidad de que tu apuesta coincida con la combinación ganadora?

$$\text{P(acertar la combinación ganadora)} = \frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13983816}$$

¿Cuál es la probabilidad de que aciertes únicamente 5 números?

$$\text{P(acertar 5 números)} = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{6 \cdot 43}{13983816} = \frac{43}{2330636}$$

¿Y la de que aciertes únicamente 4 números?

$$\text{P(acertar 4 números)} = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13983816}$$

5. **a) Se llama trío a la jugada que consiste en 3 cartas del mismo valor y otras dos de diferente valor al de esas 3 y además con diferentes valores entre sí. Calcula la probabilidad de obtener un trí o de ases en una jugada de 5 cartas.**

$$\mathrm{P(trío\ de\ ases\ en\ una\ jugada\ de\ 5\ cartas)} = \frac{\binom{4}{3}\binom{48}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{4 \cdot 1128}{2598960} = \frac{4512}{2598960}$$

b) Calcula la probabilidad de obtener un trío cualquiera.

$$\mathrm{P(trío\ cualquiera)} = \frac{13 \times \binom{4}{3} \cdot \binom{48}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{58656}{2598960} = \frac{1222}{54145}$$

6. **a) Se llama escalera de color a una jugada compuesta por 5 cartas del mismo palo ordenadas consecutivamente. Calcula la probabilidad de obtener esta escalera de color:**

$$\mathrm{P(dicha\ escalera\ de\ color)} = \frac{1}{\binom{52}{5}} = \frac{1}{2598960}$$

c) Calcula la probabilidad de obtener una escalera de color cualquiera. La escalera de color puede ser As, 2, 3, 4, 5, que es la escalera de color mínima, o, 10, J, Q, K, As, que es la escalera de c olor máxima o escalera real.

En cada palo se pueden formar 10 escaleras y hay 4 palos

$$\mathrm{P(escalera\ de\ color)} = \frac{4 \cdot 10}{\binom{52}{5}} = \frac{40}{2598960}$$

7. **Se llama color a una jugada compuesta por 5 cartas del mismo palo que no son consecutivas. Calc ula la probabilidad de obtener color en una jugada.**

$$\mathrm{P(color)} = \frac{4 \cdot \binom{13}{5}}{\binom{52}{5}} = \frac{5148}{2598960}$$

8. **Se consideran los siguientes experimentos aleatorios:**
   1) **Se tienen 5 fichas de Scribe formando la palabra CASAS. Se meten en una bolsa y se extraen 3 fichas.**
   2) **Se mezcla una baraja de póker, se corta y se mira el valor de la carta superior.**
   3) **Un monedero contiene 4 monedas de 5 céntimos, 2 monedas de 10 céntimos y 1 moneda de 20 cm. Se extraen al azar dos monedas de él.**
   4) **De los 30 alumnos de una clase se elige uno al azar. Se le pregunta en qué mes ha nacido.**

a) Describe los espacios muestrales de cada uno de los 4 experimentos aleatorios anteriores.

1) {(C, A, S), (C, A, A), (A, A, S), (S, S, A), (S, S, C)}
2) {Todas las cartas de la baraja en opciones posibles}
3) {(5,10), (5,20), (5,5), (10,20), (10,10)}
4) Cualquier mes del año {enero…..diciembre}

b) Indica los sucesos contrarios a

1. {AAC}
2. {A, 2, 3, 4, 5}

3. Sacar una cantidad par de céntimos.
4. Haber nacido en un mes en el que seguro que es verano.
1) (CAS), (CSS), (AAS), (SAS)
2) (6, 7, 8, 9, 10, S, C, R)
3) {(5,10), (5,20)}
4) (enero….junio o septiembre….diciembre)

c) ¿Son independientes estos pares de sucesos?
1. {AAC} y {{ASA}, {CAS}}
2. "Obtener un 6" y "obtener un número par"
3."Obtener una cantidad par de céntimos" y "sacar dos monedas de 5 céntimos"
4. "Haber nacido en un mes que seguro es de verano" y "haber nacido en junio"
1) Independiente
2) No es independiente
3) No es independiente
4) Independiente

9. Elabora un árbol de probabilidades para calcular la probabilidad de obtener doble pareja en una jugada de 5 cartas de póker. . (Doble pareja consiste en 2 pares de cartas del mismo valor, diferentes entre sí, y una carta indiferente, de valor distinto a los dos anteriores. Por ejemplo, AA 33 Q).

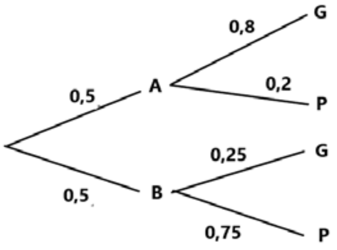
Solución gráfica

10. En el monedero tengo 3 monedas de un céntimo, 2 de 5 céntimos, 3 de 10 céntimos, 1 de 20 y 1 d e 50 céntimos. Saco 3 monedas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga un número par de céntimos?

Si P es par y I es impar, los resultados posibles son : PPP, PPI, PIP, PII, IPP, IPI, IIP, III, de estos tenemos que 4 dan número par de céntimos y 4 impar, por tanto, la P(par) = ½

11. Un analista deportivo, que se equivoca el 20 % de las veces, ha dicho que nuestro equipo favorito va a ganar la liga. El analista de la competencia, que se equivoca el 25 % de las veces, ha dicho que nuestro equipo favorito no va a ganar la liga. A tenor de dichos análisis. ¿Qué probabilidad hay de que nuestro equipo gane la liga?

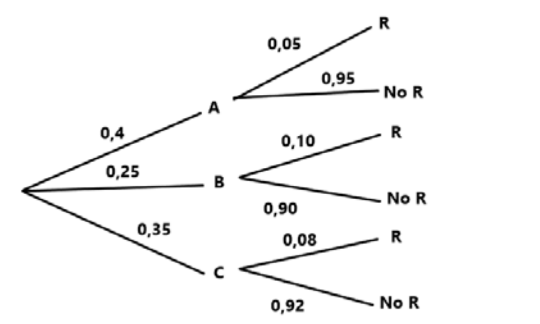
A…analista deportivo B…analista competencia G…ganar P…perder



P(ganar) = 0,5 · 0,8 + 0,5 · 0,25 = 0,525

12. Una compañía de productos avícolas empaqueta docenas de huevos en tres lugares diferentes. El 40 % de la producción tiene lugar en la planta A, el 25 % en B y el resto en C. Un control de calidad nos dice que un 5 % de los paquetes elaborados en A, un 10 % de los de B y un 8 % de

los de C contienen algún huevo roto. ¿Qué probabilidad hay de que nos toque una docena de hue vos con al- gún huevo roto?



A: Producción en la planta A
B: Producción en la planta B
C: Producción en la planta C
R: el paquete contiene algún huevo roto
P(A)=0,4;
P(B)=0,25;
P(C)=1-P(A)-P(B)=0,35

P (R/A) = 0,05 de probabilidad de que un paquete en la planta A tenga un huevo roto
P(R/B) = 0,10 de probabilidad de que un paquete en la planta B tenga un huevo roto
P (R /C) = 0,08 de probabilidad de que un paquete en la planta C tenga un huevo roto
Probabilidad de que os toque una docena de huevos rotos:

$$\mathrm{P\ (R) = P\ (R/A)}\ \cdot\ P\ (A) + P(R/B) \cdot P(B) + P(R/\ C) \cdot P(C) =$$
$$= 0{,}05 \cdot 0{,}4 + 0{,}1 \cdot 0{,}25 + 0{,}08 \cdot 0{,}35 = 0{,}073$$

13--En un instituto con 300 alumnos se está estudiando si la calificación obtenida en Lengua Española tiene que ver con la calificación obtenida en Matemáticas. Tras hacer una encuesta, se obtienen los siguientes resultados:

		Matemáticas		
		Sobresaliente	Notable	Otro
Lengua	Sobresaliente	110	25	18
	Notable	20	70	40
	Otro	10	5	2

Se elige un alumno al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que haya tenido un sobresaliente en Lengua, si lo ha tenido en Matemáticas?

$$\mathrm{P}(L/M) = \frac{110}{140}$$

¿Cuál es la probabilidad de que haya tenido un sobresaliente en Matemáticas, si lo ha tenido en Lengua?

$$\mathrm{P}(M/L) = \frac{110}{153}$$

14. Una bolsa contiene 9 bolas rojas y 6 bolas negras. Se extrae al azar una de ellas y se sustituye por dos del otro color. Tras ello se extrae una segunda bola. ¿Qué probabilidad hay de que la segun- da bola sea roja? ¿Qué probabilidad hay de que la segunda bola sea del mismo color que la prime ra?

$$\mathrm{P(segunda\ bola\ sea\ roja) = P(N \cap R) + P(R \cap R)} = \frac{6}{15} \cdot \frac{11}{16} + \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{16} = \frac{20}{40}$$

$$\text{P(ambas bolas sean del mismo color)} = P(N \cap N) + P(R \cap R) = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{16} + \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{16} = \frac{17}{40}$$

15. En el comedor escolar la probabilidad de que no haya pasta una semana es 1/3; la probabilidad de que haya pollo es 3/5 y la probabilidad de que haya pasta y pollo es 4/7. Calcula la probabilidad de que no haya ni pasta ni pollo. Calcula la probabilidad de que no haya pollo sabiendo que ha habido pasta.

$\text{P(no haya pasta)} = \frac{1}{3}$ $\quad P(\text{haya pollo}) = \frac{3}{5}$ $\quad \text{P(pasta y pollo)} = \frac{4}{7}$

$$\text{P(haya pasta)} = 1 - \text{P(no haya pasta)} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

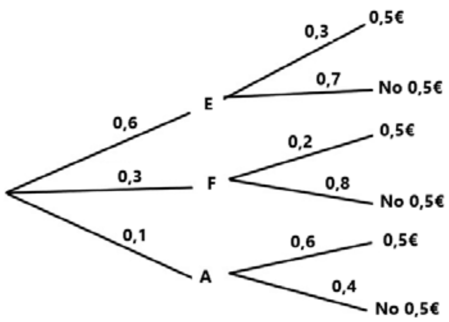
$$\text{P(haya pasta o pollo)} = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{4}{7} = \frac{73}{105}$$

$$\text{P(no haya pasta ni pollo)} = 1 - \text{P(haya pasta o pollo)} = 1 - \frac{73}{105} = \frac{32}{105}$$

$$\text{P(no haya pollo y pasta)} = \text{p(pasta)} - \text{P(pasta y pollo)} = \frac{2}{3} - \frac{4}{7} = \frac{2}{21}$$

$$\text{P(no haya pollo/pasta)} = \frac{\text{P(no haya pollo y pasta)}}{\text{P(haya pasta)}} = \frac{\frac{2}{21}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{7}$$

16--Tenemos en el bolsillo monedas procedentes de 3 países: españolas (60 %), francesas (30 %) y ale manas (el resto). El 30 % de las monedas españolas y el 20 % de las francesas son de 50 céntimos. También sabemos que, del total de monedas, el 30 % son de 50 céntimos. Se extrae una moneda al azar. ¿Qué probabilidad hay de que sea una moneda francesa de 50 céntimos? ¿Qué probabilidad hay de que sea una moneda de 50 céntimos, sabiendo que es alemana?



$P(F \cap 50 \text{ céntimos}) = 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}6$

$\text{monedas de 50cts} = \frac{20}{100} \cdot \frac{30}{100} + \frac{10}{100} \cdot \frac{x}{100} + \frac{30}{100} \cdot \frac{60}{100} = \frac{30}{100}$; x = 60

$P(50 \text{ cts}/A) = 0{,}6$

17. En una clase hay 24 alumnos y 16 alumnas. Se forman equipos de trabajo de 5 personas. Calcula la probabilidad de formar un equipo en las siguientes condiciones:

a) Todos los participantes son del mismo sexo.

$$\text{P(todos los participantes sean del mismo sexo)} = \frac{\binom{24}{5}+\binom{16}{5}}{\binom{40}{5}} = \frac{46872}{658008} = 0{,}07$$

b) En el equipo hay al menos 3 chicas.

$$P(\text{haya al menos 3 chicas}) = \frac{\binom{16}{3}\cdot\binom{24}{2}+\binom{16}{4}\cdot\binom{24}{1}+\binom{16}{5}}{\binom{40}{5}} = 0{,}01$$

c) En el equipo hay exactamente 3 chicas.

$$P(\text{haya 3 chicas}) = \frac{\binom{16}{3}\cdot\binom{24}{2}}{\binom{40}{5}} = 0{,}23$$

d) En el equipo hay 3 estudiantes de un sexo y 2 de otro.

$$P(\text{haya 3 de un sexo y dos del otro}) = \frac{\binom{16}{3}\cdot\binom{24}{2}+\binom{16}{2}\cdot\binom{24}{3}}{\binom{40}{5}} = 0{,}60$$

18. Supón que se sortea ser delegado de tu clase por el método descrito antes. ¿Quién tendría más probabilidad de salir? ¿Hay alguien que no tendría ninguna posibilidad? Hazlo con una lista de tu clase.

No tienen posibilidad de salir todos los que no sean los primeros en cada letra.

19--Toma 2 cartulinas de colores, cada una de un color distinto (por ejemplo, roja y azul) y recorta en cada una de ellas 3 rectángulos del mismo tamaño. Pega esos rectángulos entre sí de modo que uno sea rojorojo, otro azulazul y otro rojoazul. Mete las 3 cartulinas así preparadas en un sobre y saca una al azar, con cuidado de no mostrar nada más que un lado. Pregunta a un compañero que "adivine" el color de la cara que está oculta. Repite el proceso con todos los compañeros. Escribe los resultados del experimento en una tabla como esta que copies en tu cuaderno: ¿Qué observas? ¿Es mejor decir que el color oculto es el mismo que el visible? ¿O es peor?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Oculto																														
Apuesta																														
Sale																														
¿acierta?																														

Solución experimental y abierta: La probabilidad de que el color oculto sea igual al visible es 2/3, y de que sea el otro: 1/3.

IES ATENEA Ciudad Real

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. En una clase hay 15 chicos y 18 chicas. Como no se presenta nadie para ser delegado se hace un sorteo. ¿Cuál es la probabilidad de que en la clase haya delegada?

$$P(chica) = \frac{18}{15+18} = \frac{18}{33}$$

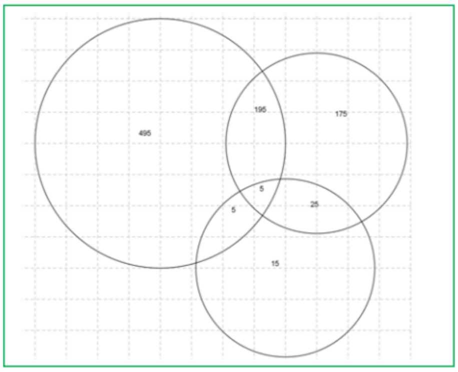
2..En el monedero tenemos 8 monedas de 1 céntimo, 3 monedas de 5 céntimos,8 monedas de 10 cént imos y 5 monedas de 50 céntimos. Sacamos una moneda al azar,¿cuál es la probabilidad de que la can tidad obtenida sea un número par de céntimos?

$$P(10cts\ \text{ó}\ 50cts) = \frac{8+5}{8+3+8+5} = \frac{13}{24}$$

3..En una caja tenemos mezclados 50 clavos de 2 cm de largo, 30 clavos de 3 cm, 35 clavos de 2.5 cm y 60 clavos de 3.5 cm. Sacamos al azar un clavo de la caja (se asume que todos los clavos tienen la mis ma probabilidad de ser elegidos).. ¿Qué probabilidad hay de que el clavo extraído tenga la menor lon gitud?

$$P(2cm) = \frac{50}{50+30+35+60} = \frac{50}{175}$$

4 En un instituto de mil estudiantes hay 700 que hablan inglés, 400 que hablan francés, 50 que hablan alemán, 200 que hablan inglés y francés, 30 que hablan inglés y alemán, 10 que hablan francés y alemán y 5 que hablan los tres idiomas. Se elige un estudiante al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que hable solamente una lengua extranjera?



Solo hablan inglés=700-200-30+5=475 alumnos
Solo hablan francés=400-200-10+5=195 alumnos
Solo hablan alemán=50-30-10+5=15alumnos

$$\text{probabilidad de que hable una sola lengua extranjera} = \\ = \frac{475+195+15}{1000} = \frac{685}{1000}$$

5. La ruleta francesa consta de los números que van del 0 al 36. Si sale 0 gana la banca. Decidimos apostar a "par" (ganaremos si sale un número par no nulo). ¿Qué probabilidad tenemos de ganar la apuesta? ¿Y si apostamos a 7? ¿Y si apostamos a un número impar?

$$\text{apuesta a un número par} = \frac{18}{18\ \text{números impares} + 18\ \text{pares} + 0} = \frac{18}{37}$$

$$\text{apuesta al número 7} = \frac{1}{18\ \text{números impares} + 18\ \text{pares} + 0} = \frac{1}{37}$$

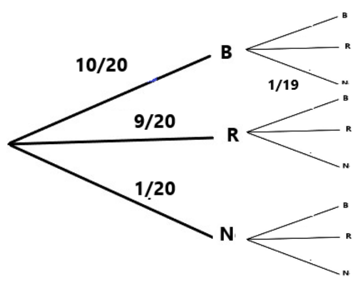
$$\text{apuesta a un número impar} = \frac{18}{18\ \text{números impares} + 18\ \text{pares} + 0} = \frac{18}{37}$$

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

6. Una bolsa contiene 7 bolas blancas, 5 bolas rojas y 3 bolas negras.
Se extraen dos bolas al mismo tiempo. ¿Cuál es la probabilidad de que sean una blanca y una negra?

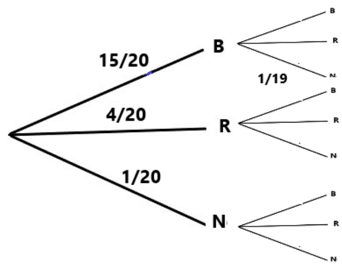
$$P(B \cap N) = \frac{\binom{7}{1}\binom{3}{1}}{\binom{15}{2}} = \frac{21}{105} = \frac{1}{5}$$

7..Una bolsa contiene 10 bolas blancas, 9 bolas rojas y una bola negra. Se extrae una bola de la bolsa. Después se saca una segunda bola, sin volver a meter en la bolsa la primera. ¿Cuál es la probabilidad de que tras la segunda extracción tengamos una bola blanca y una bola negra?



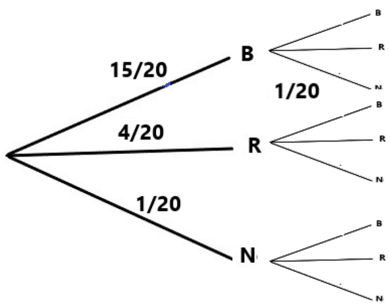
$$\mathrm{P(N/B)} = \frac{1}{19}$$

8..Una bolsa contiene 15 bolas blancas, 4 bolas rojas y una bola negra. Se extrae una bola de la bolsa. Después se saca una segunda bola, sin volver a meter en la bolsa la primera.
¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola sea blanca y la segunda negra?



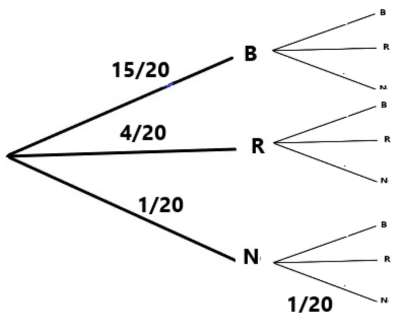
$$\mathrm{P(B \cap N) = P(B) \cdot P(N/B)} = \frac{15}{20} \cdot \frac{1}{19} = \frac{3}{76}$$

9. **Una bolsa contiene 15 bolas blancas, 4 bolas rojas y una bola negra. Se extrae una bola de la bolsa. Tras mirar de qué color se introduce en la bolsa de nuevo. Se saca una segunda bola. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola sea blanca y la segunda negra?**



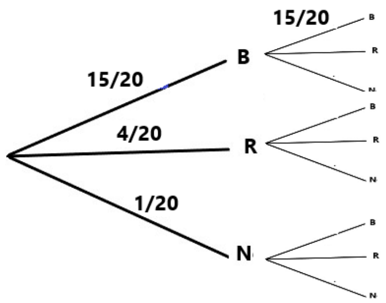
$$\mathrm{P(B \cap N) = P(B) \cdot P(N/B)} = \frac{15}{20} \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{80}$$

10. **Una bolsa contiene 15 bolas blancas, 4 bolas rojas y una bola negra. Se extrae una bola de la bolsa. Tras mirar de qué color se introduce en la bolsa de nuevo. Se saca una segunda bola. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos veces haya salido la bola negra?**



$$P(N \cap N) = P(N) \cdot P(N/N) = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{400}$$

11. Una bolsa contiene 15 bolas blancas, 4 bolas rojas y una bola negra. Se extrae una bola de la bolsa. Tras mirar de qué color se introduce en la bolsa de nuevo. Se saca una segunda bola. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos veces haya salido una bola blanca?



$$P(B \cap B) = P(B) \cdot P(B/B) = \frac{15}{20} \cdot \frac{15}{20} = \frac{9}{16}$$

12. En la lotería primitiva una apuesta consiste en marcar 6 casillas de entre 49 posibles. El día del sorteo se extraen 6 bolas (de entre 49). ¿Cuál es la probabilidad de que tu apuesta coincida con la combinación ganadora? ¿Cuál es la probabilidad de que aciertes un número? ¿Y la de que aciertes 2 números?

$P(\text{ganar}) = \frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13983816}$ $\quad\binom{49}{6}$ seleccionar 6 entre 49

$P(\text{acertar 1 número}) = \frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{43}{5}}{\binom{49}{6}} = \frac{5775588}{13983816}$

$\binom{6}{1}\cdot\binom{43}{5}$ acertar 1 de 6 y seleccionar 5 de los 43 restantes

$P(\text{acertar 2 números}) = \frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{43}{4}}{\binom{49}{6}} = \frac{1851150}{13983816}$

$\binom{6}{2}\cdot\binom{43}{5}$ acertar 2 de 6 y seleccionar 4 de los 43 restantes

13. Se reparten al azar 5 cartas de una baraja española. ¿Cuál es la probabilidad de que tengas 4 cartas del mismo número?

Hacemos 10 bloques de 4 cartas con los números iguales y cogemos 1 bloque: $\binom{10}{1}$

Cogemos una carta que sea diferente de las 4 anteriores: $\binom{36}{1}$

$P(\text{4 cartas del mismo número}) = \frac{\binom{10}{1}\cdot\binom{36}{1}}{\binom{40}{5}}$ (poker)

14. En una jugada se reparten 5 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de conseguir tres ases y dos reyes?

$P(3ases\ y\ 2reyes) = \frac{\binom{4}{3}\cdot\binom{4}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{4\cdot 6}{2598960} = \frac{24}{2598960}$

¿Cuál es la probabilidad de tener tres cartas iguales?

$P(3\ cartas\ iguales) = \frac{13\cdot\binom{4}{3}\cdot\binom{48}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{58656}{2598960}$ (trío)

¿Y una pareja?

$P(pareja) = \frac{13\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{50}{3}}{\binom{52}{5}} = \frac{152880}{2598960}$

¿Y de tener tres cartas iguales y las otras dos también iguales entre sí?

$P(3\ iguales\ y\ 2\ iguales) = \frac{13\cdot\binom{4}{3}\cdot 12\cdot\binom{4}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{3744}{2598960}$ (full)

15. En una jugada se reparten 5 cartas.
Se llama escalera de color a una jugada compuesta por 5 cartas del mismo palo ordenadas consecutivamente. Calcula la probabilidad de obtener una escalera de color de tréboles.

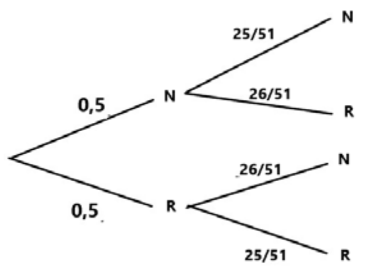
Hay 10 formas de escoger 10 cartas seguidas

$$\text{P(escalera de color de tréboles)} = \frac{10}{\binom{52}{5}} = \frac{10}{259890}$$

16. En una jugada se reparten 5 cartas. Se llama color a una jugada compuesta por 5 cartas del mismo palo que no son (todas) consecutivas. Calcula la probabilidad de obtener color de tréboles.

$$\text{P(color de tréboles)} = \frac{\binom{13}{5} - 10}{\binom{52}{5}} = \frac{1277}{259890}$$

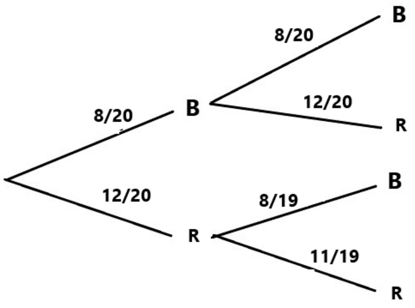
17. Considera el experimento aleatorio "mezclar una baraja, cortar y mirar el color de las dos cartas que han quedado arriba". ¿Cuál es la probabilidad de que ambas tengan el mismo color?



$$\mathrm{P(N \cap N) + P(R \cap R) =}$$
$$\mathrm{= P(N) \cdot P(N/N)`P(R) \cdot P(R/R) =}$$
$$= 0{,}5 \cdot \frac{25}{51} + 0{,}5 \cdot \frac{25}{51} = \frac{25}{51}$$

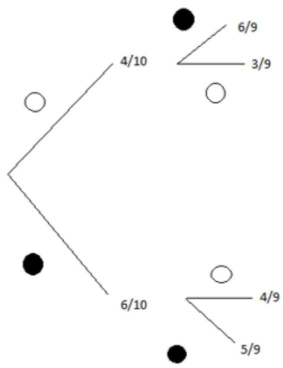
18. Tenemos una caja con 12 bolas rojas y 8 bolas blancas. Se saca una bola al azar.
Si es blanca se vuelve a meter en la caja. Si es roja se deja fuera. En estas condiciones se saca otra bola de la caja. ¿Qué probabilidad hay de que esta bola sea roja?

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra



$$P(\boldsymbol{segunda\ sea\ roja}) =$$
$$= \boldsymbol{P(B \cap R) + P(R \cap R)} =$$
$$= \boldsymbol{P(B) \cdot P(R/B) + P(R) \cdot P(R/R)} =$$
$$= \frac{8}{20} \cdot \frac{12}{20} + \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} = \frac{279}{475} = 0{,}587 = 0{,}59$$

19. En un cajón tenemos 10 calcetines: 6 negros y 4 blancos. Sacamos, sin mirar, dos calcetines del cajón. ¿Qué es más probable, que sean ambos del mismo color o que sean de colores distintos?

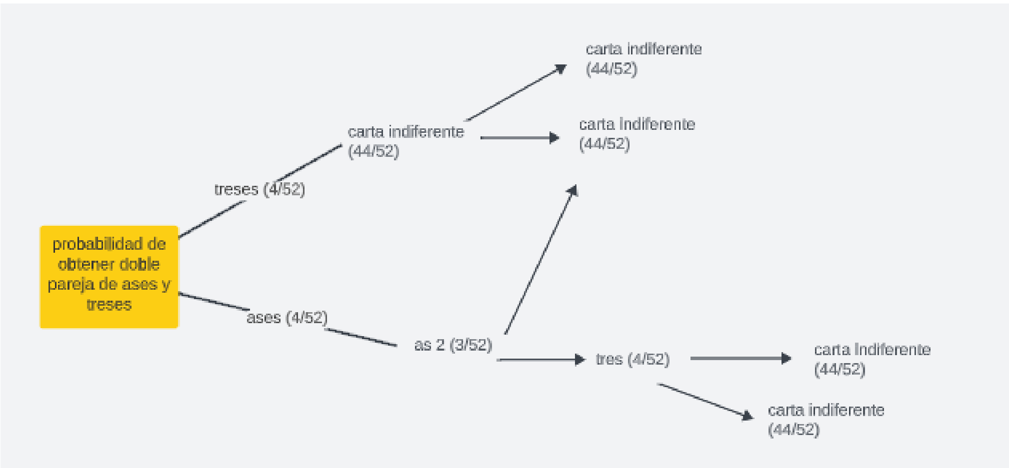


$$P(N \cap N) + P(B \cap B) =$$
$$= P(N) \cdot P(N/N) + P(B) \cdot P(B/B) =$$
$$= \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{42}{90}$$

$$P(N \cap B) + P(B \cap N) =$$
$$= P(N) \cdot P(B/N) + P(B) \cdot P(N/B) =$$
$$\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{48}{90}$$

Lo más probable es que sean de distinto color

20. Elabora un árbol de probabilidades para calcular la probabilidad de obtener doble pareja de ases y treses en una jugada de 5 cartas de póker. (Doble pareja consiste en 2 pares de cartas del mismo valor, diferentes entre sí, y una carta indiferente, de valor distinto a los dos anterio res. Por ejemplo, AA 33 Q).



IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

21. En el monedero tengo 7 monedas de un céntimo, 4 de 5 céntimos, 6 de 10 céntimos, 5 de 20 y 7 de 50 céntimos. Saco 3 monedas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga un número impar de céntimos?

Para que la suma sea impar hemos de obtener 3 impares o 2 pares y 1 impar

Hay 13 monedas impares y 18 monedas pares

111... $\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{210}$

115-151-511............................ $3\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{56}$

155-515-551............................ $3\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{28}$

555... $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$

IPP-PIP-PPI.......................... $3\cdot\frac{13}{31}\cdot\frac{18}{30}\cdot\frac{17}{29}=\frac{1989}{4495}$

$$\text{P(un número impar de céntimos)}=\frac{10854}{21924}=\frac{201}{406}$$

22. El 60 % de una determinada población fuma, el 30 % es hipertenso, y el 12 % fuma y es hipertenso

Utiliza estas frecuencias para obtener probabilidades y determina si ser hipertenso es dependiente o independiente de fumar

¿Cuál es la probabilidad condicionada de que una persona fumadora sea hipertensa?

P(F) = 0,6 ; P(H) = 0,3 ; P(F∩H) = 0,12

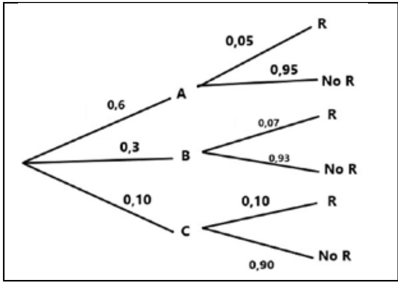
P(F)·P(H) = 0,6·0,3 = 0,18 distinto de P(F∩H) = 0,12 , no son independientes

P(H/F) = $\frac{P(F\cap H)}{\text{P(F)}}=\frac{0{,}12}{0{,}6}=0{,}2$

23. Un analista deportivo, que se equivoca el 10 % de las veces, ha dicho que nuestro equipo favorito va a ganar la liga. El analista de la competencia, que se equivoca el 20 % de las veces, ha dicho que nuestro equipo favorito no va a ganar la liga. A tenor de dichos análisis. ¿Qué probabilidad hay de que nuestro equipo gane la liga?

P(ganar A1) = 0,9 ; P(ganar A2) = 0,2

24. Una compañía de productos avícolas empaqueta docenas de huevos en tres lugares diferentes. El 60 % de la producción tiene lugar en la planta A, el 30 % en B y el resto en C. Un control de calidad nos dice que un 5 % de los paquetes elaborados en A, un 7 % de los de B y un 10 % de los de C contienen algún huevo roto. ¿Qué probabilidad hay de que nos toque una docena de huevos con algún huevo roto?



$$\text{P (R)} = \text{P(R/A)}\cdot\text{P (A)}+\text{P(R/B)}\cdot\text{P(B)}+\text{P(R/ C)}\cdot\text{P(C)} =$$

$$= 0{,}05\cdot 0{,}6+0{,}07\cdot 0{,}3+0{,}1\cdot 0{,}1=0{,}61$$

25. En un cajón tengo un par de calcetines rojos, un par de calcetines negros y un par de calcetines blancos.
Al hacer la maleta, con las prisas, cojo 3 calcetines sin mirar.
¿Qué probabilidad tengo de haber cogido 2 del mismo color?

Sea O otro color, las combinaciones son BBO – NNO – RRO y sus distintas ordenaciones, que son 3 y las probabilidades anteriores que son las 3 iguales, luego tenemos:

$$P(\,2\,del\ mismo\ color) = 3\cdot 3\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{4}=\frac{3}{5}$$

26. Se hace un estudio de consumo en una población.
Se descubre que al 70 % de las personas a las que les gusta la mermelada de naranja también les gusta la de grosella y que al 80 % de las personas a las que les gusta la mermelada de grosella también les gusta la de naranja.
Al 40 % de esa población no le gustan ni la mermelada de naranja ni la de grosella.
Se elige al azar una persona de esa población. ¿Cuál es la probabilidad de que le guste tanto am bas mermeladas?

$$\mathrm{P(G/N)} = 0{,}7 \quad \mathrm{P(N/G)} = 0{,}8 \quad \mathrm{P(noN\ y\ noG)} = 0{,}4 \quad \mathrm{P(N\cup G)} = 0{,}6$$

$$\mathrm{P(N\cap G)} = P(N)\cdot P(G/N)\ ;\quad \mathrm{P(N\cap G)} = P(N)\cdot 0{,}7\ ;\quad \mathrm{P(N)} = \frac{\mathrm{P(N\cap G)}}{0{,}7}$$

$$\mathrm{P(N\cap G)} = P(G)\cdot P(N/G)\ ;\quad \mathrm{P(N\cap G)} = P(G)\cdot 0{,}8\ ;\quad \mathrm{P(G)} = \frac{\mathrm{P(N\cap G)}}{0{,}8}$$

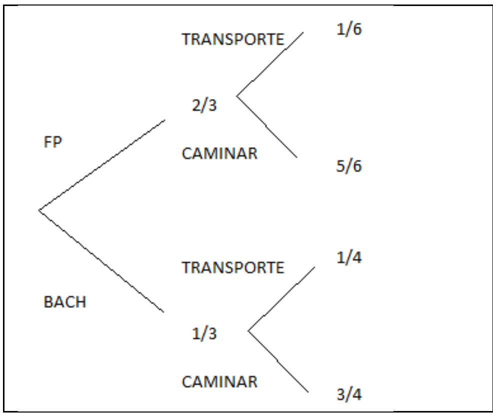
$$\mathrm{P(N\cup G)} = \mathrm{P(N)}+\mathrm{P(G)}-\mathrm{P(N\cap G)};\ 0{,}6=\frac{\mathrm{P(N\cap G)}}{0{,}7}+\frac{\mathrm{P(N\cap G)}}{0{,}8}-\mathrm{P(N\cap G)};$$

$$\mathrm{P(N\cap G)} = \frac{84}{235}$$

27. En la lotería primitiva se apuestan 6 números de entre 49. Jugando a dos apuestas, ¿cuál es la probabilidad de que te toque un premio de 5 aciertos más complementario?

$$2\cdot\frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{10}{1}}{\binom{49}{6}}$$

28. En un instituto hay Bachillerato y Formación Profesional. En Bachillerato estudian 1/3 de los estudiantes y el resto lo hace en Formación Profesional.
La cuarta parte de los estudiantes de Bachillerato y la sexta parte de los Formación Profesional utiliza un medio de transporte para ir al instituto.
El resto llega caminando. Se elige al azar un estudiante de ese instituto. ¿Qué probabilidad hay de que vaya a clase utilizando un medio de transporte?



$$P(T) = P(FP \cap T) + P(BACH \cap T) =$$

$$= P(FP) \cdot P(T/FP) + P(BACH) \cdot P(T/BACH) =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{36}$$

29. Un tahúr juega con una baraja trucada de 40 cartas. Saca una carta, la mira, la vuelve a me- ter en la baraja y mezcla.
Repite este procedimiento otras 2 veces más.
La baraja está preparada de tal modo que el hecho de una de las tres cartas vistas sea una figu ra tiene una probabilidad de 19/27
¿Cuántas figuras tiene su baraja?

X= número de figuras

probabilidad de no obtener figura en cada extracción $= \frac{40-x}{40}$

probabilidad de no obtener figura en las 3 extracciones $= \left(\frac{40-x}{40}\right)^3$

$P(\text{no obtener ninguna figura}) = 1 - P(\text{obtener figura}) = 1 - \frac{19}{27} = \frac{8}{27}$

$\left(\frac{40-x}{40}\right)^3 = \frac{8}{27}$; $\frac{40-x}{40} = \frac{2}{3}$; $x = 13,3$ figuras. (el enunciado no es correcto)

30. Una bolsa contiene 10 bolas rojas y 5 bolas negras. Se extrae al azar una de ellas y se sustituye por dos del otro color. Tras ello se extrae una segunda bola.
¿Qué probabilidad hay de que la segunda bola sea negra?
¿Qué probabilidad hay de que la segunda bola sea del mismo color que la primera?

$$P(N) = P(R \cap N) + P(N \cap N) =$$

$$= P(R) \cdot P(N/R) + P(N) \cdot P(N/N) =$$

$$= \frac{10}{15} \cdot \frac{7}{16} + \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{16} = \frac{3}{8}$$

$$P(R \cap R) + P(N \cap N) =$$

$$= P(R) \cdot P(R/R) + P(N) \cdot P(N/N) =$$

$$= \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{16} + \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{16} = \frac{11}{24}$$

31. En el comedor escolar la probabilidad de que no haya patatas una semana es 2/5; la probabilidad de que haya pescado es 2/5 y la probabilidad de que haya patatas y pescado es 1/10. Calcula la probabilidad de que no haya ni patatas ni pescado. Calcula la probabilidad de que no haya pescado sabiendo que ha habido patatas.

$\mathrm{P(noPat)} = \frac{2}{5}$; $\mathrm{P(Pat)} = \frac{3}{5}$; $\mathrm{P(Pesc)} = \frac{2}{5}$; $\mathrm{P(Pat \cap Pes)} = \frac{1}{10}$

$\mathrm{P(Pat \cup Pes)} = \mathrm{P(Pat)} + \mathrm{P(Pesc)} - \mathrm{P(Pat \cap Pes)} = \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{1}{10}\right) = \frac{7}{10}$

$\mathrm{P(noPat \cap noPes)} = 1 - \mathrm{P(Pat \cup Pes)} = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

$\mathrm{P(noPes/Pat)} = \frac{\mathrm{P(Pat \cap noPes)}}{\mathrm{P(Pat)}}$; $\mathrm{P(Pat \cap noPes)} = \mathrm{P(Pat)} - \mathrm{P(Pat \cap Pes)} = \frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\frac{\mathrm{P(Pat \cap noPes)}}{\mathrm{P(Pat)}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{6}$

32. En una clase hay 20 alumnos y 10 alumnas. Se forman equipos de trabajo de 6 personas. Calcula la probabilidad de formar un equipo:

a) con únicamente chicas

$$\mathrm{P} = \frac{\binom{10}{6}}{\binom{30}{6}} = \frac{210}{593775}$$

b) con 3 chicas

$$\mathrm{P} = \frac{\binom{10}{3}\cdot\binom{20}{3}}{\binom{30}{6}} = \frac{136800}{593775}$$

c) con únicamente chicos

$$\mathrm{P} = \frac{\binom{20}{6}}{\binom{30}{6}} = \frac{38760}{593775}$$

d) con al menos 3 chicas.

$$\mathrm{P} = \frac{\binom{20}{6}+10\cdot\binom{20}{5}+\binom{10}{2}\cdot\binom{20}{4}+\binom{10}{3}\cdot\binom{30}{3}}{\binom{30}{6}} = \frac{899025}{593775}$$

33. Aunque parezca una casualidad, por tener el año 365 días, es muy probable que en una clase de 35 alumnos haya dos que celebren su cumpleaños el mismo día. Calcula dicha probabilidad. Lo mis mo si la clase tiene 20 estudiantes.

$$\text{probabilidad en una clase de 35 alumnos} = \frac{364}{365}\cdot\frac{363}{365}\ldots\cdot\frac{331}{365} = 0{,}814$$

$$\text{probabilidad en una clase de 20 alumnos} = \frac{364}{365}\cdot\frac{363}{365}\ldots\cdot\frac{346}{365} = 0{,}411$$

34. Utiliza la tabla para obtener una tabla de contingencia sobre los accidentes de tráfico:

	En carretera (C)	En zona urbana (U)	total
Con víctimas (V)	34092	32295	66387
Solo daños materiales (D)	11712	20791	32503
Total	45804	53086	98890

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

Calcula P(V); P(D); P(C); P(U); P(V ∩ C); P(D ∩ U); P(U/V); P(V/U); P(V/C); P(C/V); P(C/D). Se sabe que ha habido un accidente en carretera, ¿cuál es la probabilidad de que haya tenido víctimas? ¿Son independientes los sucesos de accidente con víctimas y accidente en carretera?

$\mathrm{P(V)} = \frac{66387}{98890} = 0.67$; $\mathrm{P(D)} = \frac{32503}{98890}$; $\mathrm{P(C)} = \frac{45804}{98890}$; $\mathrm{P(U)} = \frac{53086}{98890}$

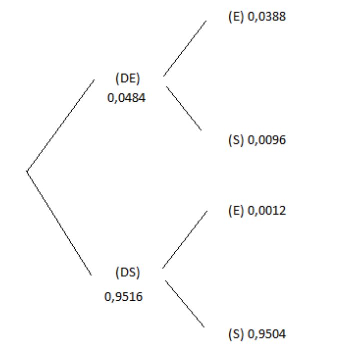
$\mathrm{P(V \cap C)} = \frac{34092}{98890} = 0.34$; $\mathrm{P(D \cap U)} = \frac{20791}{98890}$

$\mathrm{P[U/V]} = \frac{32295}{66387}$; $\mathrm{P(V/U)} = \frac{32295}{53086}$; $\mathrm{P(V/C)} = \frac{34092}{45805}$

$\mathrm{P(C/V)} = \frac{34092}{66387}$; $\mathrm{P(C/D)} = \frac{11712}{32503}$

$\mathrm{P(V/C)} = \frac{34092}{45805}$» 0.74 como P(V) » 0.67 no son independientes

35. Se realizan estudios sobre una determinada enfermedad y se conoce que la probabilidad de que una persona la tenga es de 0.04. Una determinada prueba detecta si una persona está enfer ma con una probabilidad de 0.97, pero también califica como enferma, en ocasiones, a una perso na sana con una probabilidad de 0.01. Representa esta situación en un diagrama en árbol. Construye la tabla de contingencia asociada.
Calcula la probabilidad de que una persona sana sea detectada como enferma.



	Enfermo (E)	Sano (S)	total
Detectado enfermo (DE)	0.0388	0.0096	0.0484
Detectado como sano (DS)	0.0012	0.9504	0.9516
Total	0,4	0,96	1

$\mathrm{P(DE/S)} = \frac{0{,}0096}{0{,}96} = 0{,}001$

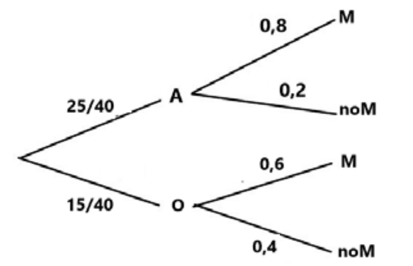
36. En el control de calidad de un proceso de fabricación se sabe que la probabilidad de que un circuit o sea defectuoso es 0.02. Un dispositivo para detectar los defectuosos tiene una probabili- dad de detectarlos de 0.9, pero también califica como defectuosos a 0.03 de los correctos. Repre- senta esta situación en un diagrama en árbol. Construye la tabla de contingencia asociada. Calcu- la la probabilidad de que un circuito defectuoso sea calificado como correcto.

	Defectuosos (D)	buenos (B)	total
Detectado defectuoso (DD)	0.018	0.0294	0.0474
Detectado como bueno (DB)	0.002	0.9506	0.9526
Total	0,02	0,98	1

$$\mathrm{P(DB/D)} = \frac{0{,}002}{0{,}2} = 0{,}1$$

37. En una clase hay 25 alumnas y 15 alumnos, y se sabe que el 80 % de las alumnas aprueban las

Matemáticas mien-
tras que las aprueban el 60 % de los alumnos. Utiliza estos porcentajes para asignar probabilidades y calcula la probabilidad que hay al elegir una persona de la clase al azar de que:



A....Alumna
O....Alumno

M.........Aprueba Matemáticas
noM....no Aprueba Matemáticas

a) **Sea alumna y apruebe las matemáticas**
$P(A \cap M) = P(A) \cdot P(M/A) = \frac{25}{40} \cdot 0{,}8 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

b) **Sea alumna o apruebe las matemáticas**
$\mathrm{P(A \cup M) = P(A) + P(M) - P(A \cap M)}$
$\mathrm{P(M) = P(A \cap M) + P(O \cap M) = P(A)P(M/A) + P(O)P(M/O)} = \frac{25}{40} \cdot 0{,}8 + \frac{15}{40} \cdot 0{,}6 = 0{,}725$
$\mathrm{P(A \cup M)} = \frac{25}{40} + 0{,}725 - 0{,}5 = 0{,}85$

c) **Sea alumno y suspenda matemáticas**
$P(A \cap noM) = P(A) \cdot P(noM/A) = \frac{25}{40} \cdot 0{,}2 = 0{,}125$

d) **Haya aprobado las matemáticas.**

$\mathrm{P(M) = P(A \cap M) + P(O \cap M) = P(A)P(M/A) + P(O)P(M/O)} = \frac{25}{40} \cdot 0{,}8 + \frac{15}{40} \cdot 0{,}6 = 0{,}725$

Mediante tabla de contingencia, 80% de 25 = 20, 60% de 15 = 9

	Ap. Matem.	No Ap. Matem.	Total
Alumnas	20	5	25
Alumnos	9	6	15
Total	29	11	40

Y respondemos a los apartados.

38. Se estudian las familias de tres hijos. Para simplificar hacemos la hipótesis de que la probabilidad de chico sea igual a la de chica. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) **A = El primer hijo es chica.**
$\mathrm{P(A)} = \frac{1}{2}$

b) **B = Al menos hay un varón.**
$\mathrm{P(B) = 1 - P(ningún\ varón)} = 1 - \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

c) **A ∪ B.** Hacemos primero el d)
$\mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{1}{2} + \frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$

d) **A ∩ B.** Primero una hija y al menos un varón, AOO-AAO-AOA

$$P(A\cap B)=3\cdot\frac{1}{2}\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$$

39. En una bolsa hay 3 bolas verdes, 4 bolas rojas y una bola blanca. Sacamos dos bolas de la bolsa. Calcula la probabilidad de los sucesos: A = "alguna de las bolas es verde", B = "ha salido la bola blanca". Calcula también: P(A^c), P(B^c), P(A ∪ B) y P(A^c∩ B). ¿Son A y B sucesos incompatibles? ¿Son sucesos independientes?

$P(A^c)=P(\text{noV}\cap\text{noV})=\frac{5}{8}\frac{4}{7}=\frac{5}{14}$;

$P(B)=P(\text{blanca}\cap\text{otra})+P(\text{otra}\cap\text{blanca})=\frac{1}{8}\frac{7}{7}+\frac{7}{8}\frac{1}{7}=\frac{1}{4}$; $P(B^c)=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

$P(A)=1-P(A^c)=1-\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ $\quad A\cap B:$ Verde y Blanca – Blanca y Verde

$P(A\cap B)=\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{7}=\frac{3}{28}$

$P(A\cup B)=\frac{9}{14}+\frac{1}{4}-\frac{3}{28}=\frac{11}{14}$

$P(A^c\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{4}-\frac{3}{28}=\frac{4}{28}=\frac{1}{7}$

A y B no son incompatibles pues $P(A\cap B)\neq 0$

$P(A)\cdot P(B)=\frac{9}{14}\cdot\frac{1}{14}=\frac{9}{56}\neq P(A\cap B)=\frac{3}{28}$ Son dependientes.

40. Dados los sucesos A y B de probabilidades: P(A^c) = 3/5; P(A ∩ B) = 1/8; P(B ∪ A) = 3/4; calcula las siguientes probabilidades: P(A); P(B); P(B^c); P(B/A^c); P(A^c∩ B^c); P(A/B). ¿Son A y B sucesos independientes?

$P(A^c)=\frac{3}{5}$; $P(A)=1-P(A^c)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$; $\frac{3}{4}=\frac{2}{5}+P(B)-\frac{1}{8}$; $P(B)=\frac{19}{40}$

$P(B^c)=1-P(B)=1-\frac{19}{40}=\frac{21}{40}$

$P(B/A^c)=\frac{P(B\cap A^c)}{p(A^c)}=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{p(A^c)}=\frac{\frac{19}{40}-\frac{1}{8}}{\frac{3}{5}}=\frac{7}{12}$

$P(A^c\cap B^c)=P[(A\cup B)^c]=1-P(A\cup B)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

$P(A)\cdot P(B)=\frac{2}{5}\cdot\frac{19}{40}\neq P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ Son dependientes.

41. Determina si son compatibles o incompatibles los sucesos A y B tales que:

a) P(A) = 1/7; P(B) = 3/7; P(B ∪ A) = 4/7

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B);\ P(A\cap B)=\frac{1}{7}+\frac{3}{7}-\frac{4}{7}=0$

Son incompatibles

b) P(A) = 1/5; P(B) = 0

Incompatibles

42. Dados los sucesos A y B de probabilidades: P(A^c) = 2/5; P(B) = 3/5; P(A^c∩ B^c) = 1/5; calcula las siguientes probabilidades: P(A); P(B^c); P(B∪A); P(B/A^c); P(A∩B); P(A/B). ¿Son A y B sucesos independientes?

$P(A)=1-P(A^c)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

$P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

$P(A^c \cap B^c) = P[(A \cup B)^c] = 1 - P(A \cup B)$; $P(A \cup B) = 1 - P(A^c \cap B^c) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

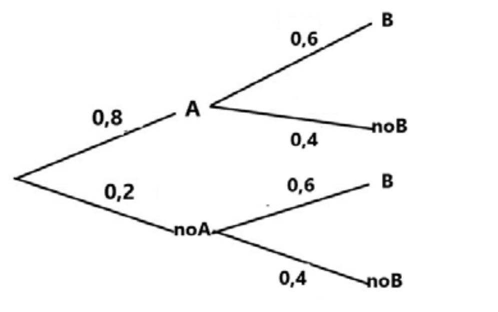
$P(B \cup A) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; $\frac{4}{5} = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} - P(A \cap B)$; $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$

$P(B/A^c) = \frac{P(B \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(A^c)} = \frac{\frac{3}{5} - \frac{2}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3}$

$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$, No son sucesos independientes

43. Dos tiradores al plato tienen unas marcas ya conocidas. El primero acierta con una probabilidad de 0.8 y el segundo de 0.6. Se lanza un plato y ambos disparan. Expresa mediante un diagrama de árbol y la tabla de contingencia asociada las distintas posibilidades.



	A	A^c	
B	0,48	0,12	**0,6**
B^c	0.32	0,08	0,4
	0,8	0,2	1

Calcula:

a) **¿Qué probabilidad hay de que al menos uno de los tiradores dé en el plato?**

$P(A^c \cap B^c) = 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}008$

$P(A \cup B) = 1 - P(A^c \cap B^c) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$

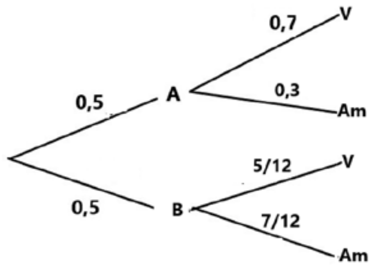
b) ¿Probabilidad de que ninguno acierte?

$P(A^c \cap B^c) = 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}008$

c) Sabemos que el disparo ha acertado en el blanco, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho el primer tirador?

$P(A/A \cup B) = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0{,}8}{0{,}92} = \frac{20}{23}$

44. Se dispone de dos urnas A y B. La urna A tiene 7 bolas verdes y 3 amarillas. La urna B tiene 5 bolas verdes y 7 amarillas. Se saca una bola al azar de una de las dos urnas, también al azar, y resulta ser amarilla. Calcula la probabilidad de que sea de la urna B.



$P(B/Am) = \frac{P(B \cap Am)}{P(Am)}$

$P(Am) = P(A \cap Am) + P(B \cap Am) =$

$= P(A)P(Am/A) + P(B)P(Am/B) =$

$= 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}5 \cdot \frac{7}{12} = \frac{53}{120}$

$\frac{P(B \cap Am)}{P(Am)} = \frac{0{,}5 \cdot \frac{7}{12}}{\frac{53}{120}} = \frac{35}{53}$

45. Se sabe que, en cierta población,la probabilidad de ser hombre y daltónico es un décimo y la probabilidad de ser mujer y daltónica es 1/20.

La proporción de personas de ambos sexos es la misma. Se elige una persona al azar.

	H	M	
D	1/10	1/20	3/20
D^c	2/5	9/20	17/20
	1/2	1/2	1

$$P(D) = P(H \cap D) + P(M \cap D) = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{3}{20}$$

$$P(D^c) = 1 - P(D) = 1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20}$$

$$P(M) = P(M \cap D^c) + P(M \cap D)\,;$$

$$\frac{1}{2} = P(M \cap D^c) + \frac{1}{20}; \quad P(M \cap D^c) = \frac{9}{20}$$

a) **Hallar la probabilidad de que no sea daltónico.**

$$P(D^c) = \frac{17}{20}$$

b) **Si la persona elegida es mujer, hallar la probabilidad de que sea daltónica.**

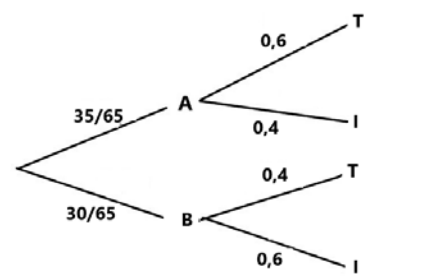
$$\mathrm{P(D/M)} = \frac{P(D \cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{10}$$

c) **¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca daltonismo?**

$$P(D) = \frac{3}{20}$$

46. En cierto instituto se ofrece informática y teatro como asignaturas optativas. El grupo A consta de 35 estudiantes y el B tiene 30 estudiantes. El 60 % del grupo A ha elegido teatro, así como el 40 % del grupo B y el resto ha elegido informática.

a) **Si se pregunta a un estudiante elegido al azar, hallar la probabilidad de que haya elegido in formática.**



$$\mathrm{P}(I) = \mathrm{P(A \cap I) + P(B \cap I)} =$$
$$= P(A)P(I/A) + P(B)P(I/B) =$$
$$= \frac{35}{65} \cdot 0{,}4 + \frac{30}{65} \cdot 0{,}6 = \frac{32}{65}$$

b) **Si un estudiante ha elegido teatro, calcula la probabilidad de que pertenezca al grupo B.**

$$\mathrm{P(B/T)} = \frac{P(B \cap T)}{P(T)} \frac{0{,}4 \cdot \frac{30}{65}}{0{,}6 \cdot \frac{35}{65} + 0{,}4 \cdot \frac{30}{65}} = \frac{12}{33}$$

47. En una baraja española de cuarenta cartas se han eliminado varias cartas. Se sabe que la prob abilidad de extraer un as entre las que quedan es 0.1, la probabilidad de que salga una copa es 0.3 y la probabilidad de que no sea ni as ni copa es 0.6.

a) **Hallar la probabilidad de que la carta extraída sea as o copa.**

P(As) = 0,1 ; P(Copa) = 0,3 ; P(noAs y no Copa) = 0,6

$$P(A \cup C) = 1 - \mathrm{P}(A^c \cap C^c) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$

IES ATENEA Ciudad Real

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

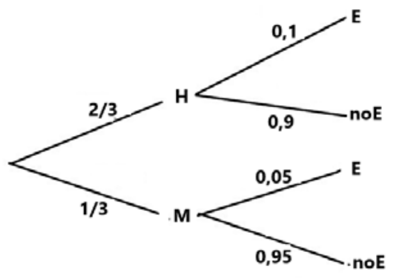
**b) Calcu-
lar la probabilidad de que la carta sea el as de copas. ¿Se puede afirmar que entre las carta s que no se han eliminado está el as de copas?**

$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap B)$; $0{,}4 = 0{,}1 + 0{,}3 - P(A \cap B)$; $P(A \cap B) = 0$

Hay Ases pero se ha eliminado el As de Copas

48. En una ciudad en la que hay doble número de hombres que, de mujeres, hay una epidemia. El 10 % de los hombres y el 5 % de las mujeres están enfermos. Se elige al azar un individuo. Calcular la probabilidad de:

a) que sea hombre.



$$P(H) = \frac{2}{3}$$

b) que esté enfermo.

$$P(E) = P(H \cap E) + P(M \cap E) = P(H)P(E/H) + P(M)P(E/M) = \frac{2}{3} \cdot 0{,}1 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}05 = \frac{1}{12}$$

c) que sea hombre, sabiendo que está enfermo.

$$P(H/E) = \frac{P(H \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0{,}1}{\frac{2}{3} \cdot 0{,}1 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}05} = \frac{4}{5}$$

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

AUTOEVALUACIÓN

1. En una bolsa hay 6 bolas negras y 3 bolas blancas, la probabilidad de sacar una bola negra es:

a) 1/2 b) 2/3 c) 1/3 d) 5/9

$$\mathrm{P(N)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Solución: b

2. Indica cuál de los siguientes experimentos no es un experimento aleatorio:

a) Tirar una tiza y anotar el número de trozos en que se rompe
b) Tirar un dado trucado y anotar el número de la cara superior.
c) Cruzar una calle y estudiar si hay un atropello.
d) Calcular el consumo de gasolina de un coche.

El consumo de gasolina es determinado y constante, no aleatorio

Solución: d

3. El espacio muestral de tirar 3 monedas al aire y anotar si caen en cara (C) o en cruz (X) con sucesos elementales equiprobables es:

a) {CCC, CCX, CXX, XXX}
b) {3C, 2C, 1C, 0C}
c) {CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX}
d) {CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC}

Solución: c

4. El suceso contrario a sacar al menos una cara en el experimento anterior es:

a) {XXX}
b) {CCC, CCX, CXX}
c) {CXX, XCX, XXC}
d) {CCC, CCX, CXC, XCC}

Solución: a

5. Indica cuál de los siguientes sucesos no son independientes:

a) Sacar un oro y sacar un rey con reemplazamiento.
b) Tirar una moneda y sacar cara y volver a tirarla y volver a sacar cara.
c) Tirar un dado y sacar 6 y volver a tirarlo y volver a sacar 6.
d) Tirar un dado y sacar un múltiplo de 2, y sacar un 6.

En el apartado d, no son eventos independientes, porque al haber sacado ya un múltiplo de dos la probabilidad de sacar un 6 en el mismo lanzamiento se ve afectada por que el 6 es múltiplo de dos.

Solución: d

6. La probabilidad de no sacar un as en una baraja de póker es:

a) 4/52 b) 48/52 c) 36/40 d) 1 – 36/40

$$\mathrm{P(no\ sacar\ un\ as)} = \frac{\text{total de cartas} - \text{ases}}{\text{total de cartas}} = \frac{48}{52}$$

Solución: b

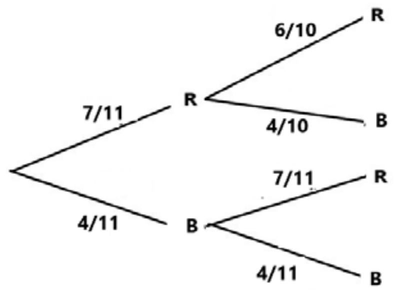
7. La probabilidad de que la suma de las caras superiores sea 7 del experimento tirar dos dados es:

a) 1/6 b) 7/36 c) 5/36 d) 2/3

$$\mathrm{P(suma\ de\ las\ caras\ sea\ 7)} = \frac{\text{combinacioes que suman 7}}{\text{total de combinaciones}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Solución: a

8. En una bolsa hay 7 bolas rojas y 4 blancas. Se saca una bola al azar y si es blanca se vuelve a meter en la bolsa, mientras que si es roja se deja fuera. Se saca otra bola de la bolsa, la probabilidad de que sea roja es: a) 42/110 b) 28/121 c) 371/605 d) 411/605



$$\mathrm{P(R) = P(R \cap R) + P(B \cap R)} =$$
$$= P(R)P(R/R) + P(B)P(R/B) =$$
$$= \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} + \frac{4}{11} \cdot \frac{7}{11} = \frac{371}{605}$$

Solución: c

9. En una bolsa hay 4 bolas rojas y 3 blancas. Sacamos sin mirar dos bolas. La probabilidad de que sean del mismo color es: a) 1/7 b) 2/7 c) 3/7 d) 4/7 10.

$$\mathrm{P(BB) + P(RR) = P(B)P(B/B) + P(R)P(R/R)} = \frac{3}{7}\frac{2}{6} + \frac{4}{7}\frac{3}{6} = \frac{3}{7}$$

Solución: c

10. Al lanzar un dado ha salido un número par, la probabilidad de que sea un 6 es P(sacar 6/ par):

a) 1/3 b) 1/6 c) 2/5 d) 3/6

$$\mathrm{P(sacar\ 6/ha\ salido\ par)} = \frac{P(par \cap 6)}{P(par)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

Solución: a

IES ATENEA Ciudad Real

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Ilustraciones: Creadas con GeoGebra