$\boxed{\text{SOLUCIONARIO}}$ CAP I. PROBABILIDAD

① a) NO   b) SI   c) NO   d) SI   e) NO

---

② $E = \{A, E, I, O, U\}$

③ $E = \{P, N\}$ donde P = "Caer de punta" y $N = \dots$

④ $A = \{CC, C+\}$ o $B = \{++, +C\}$ o ...

⑤ $A = \{2, 3\}$ = "el premio acaba en 2 o 3"

⑥ Siguiendo la notación del texto:

$$A = \{5O, 3C, 4B\}$$

---

⑦ $A \cup B$ = "sacar un as o una figura"

$A \cap B = \emptyset$ (son incompatibles, no podemos sacar a la vez un as y una figura) → LO EXPLICAN AHORA DESPUÉS

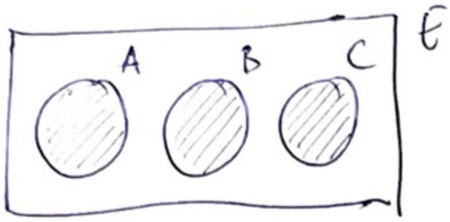
$A - B = A$ (al ser incompatibles, no comparten nada)

---

⑧ $\bar{A}$ = "sacar un 4 o menos" $= \{1, 2, 3, 4\}$

⑨ Incompatibles. No puede ocurrir algo y su contrario a la vez $\Rightarrow A \cap \bar{A} = \emptyset$

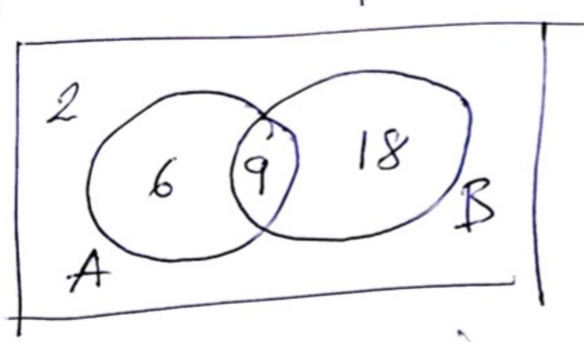
(10) B = "sacar un 3", C = "sacar figura",
D = "no sacar un as", ...

(11) 

$A \cup B \cup C$ es la zona vallada

(12) Se deduce que hay 33 que toman algo
Como $15 + 27 = 42 \Rightarrow$ Hay $42 - 33 = 9$ personas
que toman ambas cosas:

A: "TOMAN TÉ"
B: "TOMAN CAFÉ"



a) Sí. 9

b) 6 y 18

c) $A \cap B$, $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $A \cup B - A \cap B$ o ...
$\Rightarrow$ o $(A-B) \cup (B-A)$, $A - B = A \cap \overline{B}$

d) 9

e) $35 - 27 = 8$. Es el conjunto $\overline{B}$ $(2+6)$

f) 33 $(A \cup B)$ frente a 2 $\left(\underbrace{\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}}\right)$
No toman té ni café

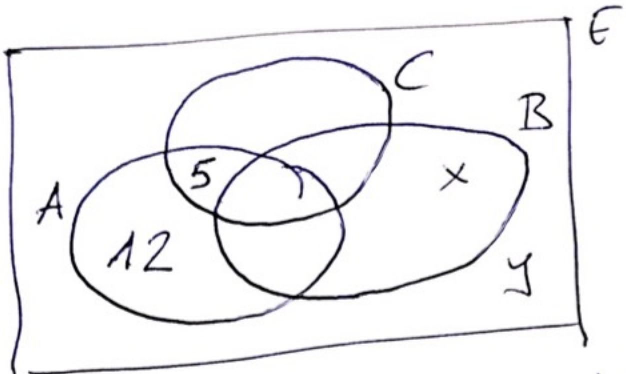
Las leyes de Morgan son útiles y sencillas

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \rightarrow$ No toman té y café a la vez

(13) 12 solo té ⇒ NO CUADRA !!!

Solo había 6 que tomaban solo té.

Tenemos que entender que lo anterior no vale



$x+y=20$

$$\begin{array}{r} 12 \\ +5 \\ +20 \\ \hline 37 \end{array}$$!!!

AQUÍ ALGO FALLA !!!

EMPIEZA LA PROBABILIDAD !!!

(14) $P(E)=\frac{10}{40}=\boxed{\frac{1}{4}=0'25=25\%}$ 3 formas de presentar los resultados

(15) En un estudio de frecuencias relativas (y le añadiría la posibilidad de que fuese hereditario, también por frecuencias)

y la IA me da la razón ☺

---

(16) $P(\overline{5})=1-P(5)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ (por hacerlo más interesante)

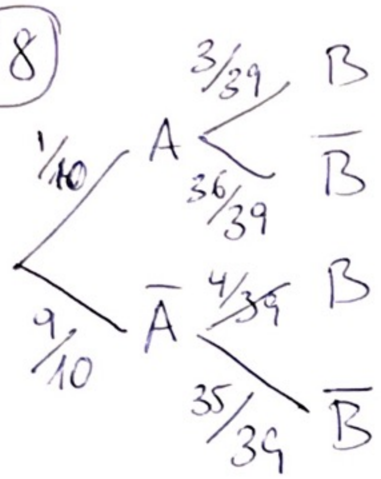
(17) $P(++)=\frac{1}{4} \Longrightarrow P(\overline{++})=\frac{3}{4}$

No sacar dos cruces = Sacar alguna cara

4/9

EMPIEZA LO BUENO!!

(18)



(a) $P(B/\overline{A}) = 4/39$

(b) $P(\overline{B}/\overline{A}) = 35/39$

(c) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \ldots$

Pero en un examen, bastaría que fuésemos al grano multiplicando las ramas: $P(A \cap B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$

(d) Sumamos las dos opciones válidas ($A \cap \overline{B}$ y $\overline{A} \cap B$)

$$P(\text{un solo as}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{36}{39} + \frac{9}{10} \cdot \frac{4}{39} = \frac{72}{390} = \frac{12}{65}$$

(19) $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{130} = \frac{129}{130}$

Ya empezamos a cruzarnos problemas que se resuelven mejor "por el contrario"

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{9}{10} \cdot \frac{35}{39} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{13} = \frac{21}{26}$$

(20) ¿Necesito el árbol completo? NO

(a) $\xrightarrow{1/10} A \xrightarrow{1/10} B \xrightarrow{1/10} C$ (con reemplazo: la carta vuelve al mazo)

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{1000}$$

5/9

(b) $\frac{4}{40}$ A $\frac{3}{39}$ B $\frac{2}{38}$ C

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{2470}$$ SIN REEMPLAZO

Si no devuelvo el as a la baraja, es más difícil sacar 3 ases ($\frac{1}{2470}$ frente a $\frac{1}{1000}$)

(21) $\frac{1}{6}$ 6 $\frac{1}{6}$ 6
DADO 1 DADO 2

$$P(6 \text{ doble}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Aunque nos dijesen que se tiran los dos dados a la vez, el estudio se realiza exactamente igual

(22) GRACIAS!!

$\frac{5}{6}$ $\bar{6}$ $\frac{5}{6}$ $\bar{6}$ $\Rightarrow$ P(sacar un 6 al menos) =

$$= 1 - P(\text{no sacar ningún } 6) = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \boxed{\frac{11}{36}}$$

(23) Aprovechamos este ejercicio y presentamos otro recurso para experimentos "dobles" $\Rightarrow$ TABLAS DE DOBLE ENTRADA

Pueden librarnos de árboles INSUFRIBLES

$A \to$ X $\quad B \to$ O

	1	2	3	4	5	6
1	·	·	O	·	·	·
2	·	·	·	O	·	X
3	O	·	·	·	OX	·
4	·	O	·	X	·	O
5	·	·	XO	·	·	·
6	·	X	·	O	·	·

36 casillas = 36 posibilidades

(a) $P(A \cap B) = \frac{2}{36}$

$P(A \cup B) = \frac{11}{36}$

(b) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{6}{36}$

$P(A \cap \bar{B}) = \frac{3}{36}$ $\quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{25}{36}$

Para $P(\bar{A}\cap\bar{B})$ es mejor:

$$P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B) = \frac{36}{36} - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$$

ⓒ $P(A/B) = P(\underbrace{A \text{ si } \underbrace{\text{ha pasado } B}_{8 \text{ opciones}}}_{2 \text{ de } 8 \text{ posibles}}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Eso es más cómodo que:

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{2/36}{8/36} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(PARA MI GUSTO)

$$P(A/\bar{B}) = \dots = \frac{3}{28}$$

$$P(\bar{A}/B) = 1 - P(A/B) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Podemos pillar los "atajos" que más nos gusten

24 $P(A) = 2/3$ $\quad P(B) = 3/4$ $\quad P(A\cap B) = \frac{5}{8}$

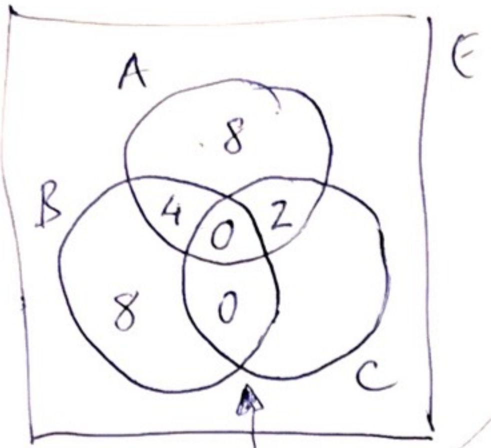
ⓐ $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = \dots = \frac{16}{24} + \frac{18}{24} - \frac{15}{24} = \frac{19}{24}$

ⓑ $P(\bar{B}) = 1 - \frac{3}{4} = 1/4$

ⓒ $P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B) = 5/24$

ⓓ $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{5/8}{3/4} = \frac{20}{24} = 5/6$

(25) ¿Nos ayudamos de un diagrama de Venn?



$P(A) = 14\%$

$P(B) = 12\%$

$P(A \cap B) = 4\%$

$P(A \cap C) = 2\%$

$B \cap C = \emptyset$

Ya podemos responder a todo fácilmente. Aún así, voy a ignorar esa información

ⓐ Como $B \cap C = \emptyset \Rightarrow P(\text{solo } B) = P(B) - P(B \cap A)$

$$= 12\% - 4\% = \boxed{8\%}$$

ⓑ Como $B \cap C = \emptyset \Rightarrow C \cap \overline{B} = C$

$$P(C/A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{2\%}{14\%} = \frac{2/\cancel{100}}{14/\cancel{100}} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

(26) ⓐ $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{7}{15} =$

$$= \frac{5}{15} + \frac{3}{15} - \frac{7}{15} = \boxed{\frac{1}{15}}$$

ⓑ $P(A \cap \overline{B}) = \underbrace{P(A) - P(A \cap B)}_{\text{ya que } A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})} = \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{5-1}{15} = \boxed{\frac{4}{15}}$

UNA ALTERNATIVA QUE ME FLIPA

PASA PÁGINA

Si nos hubiésemos percatado de que:

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) \\ \quad \overset{\shortparallel}{1/15} = \dfrac{1}{3}\cdot\overset{\shortparallel}{\dfrac{1}{5}} \end{array}\right\}$$ Queda demostrado que A y B son independientes

por lo que puedo aplicar:

$$P(A\cap\overline{B}) = P(A)\cdot P(\overline{B}) = \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5} = \frac{4}{15}$$

ⓒ $P(\overline{A}\cap\overline{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1 - \frac{7}{15} = 8/15$

o... $\qquad = P(\overline{A})\cdot P(\overline{B}) = \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5} =$

ⓓ $$P(\overline{A}/\overline{B}) = \frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{8/15}{4/5} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

Ejercicios de selectividad de Madrid del 97.!!!...

Si no podemos demostrar la independencia, <u>NO</u> podemos usar que $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

(27) a) Si $P(\overline{A}\cap\overline{B}) = \frac{1}{20} = P(\overline{A\cup B}) \Rightarrow P(A\cup B) = \frac{19}{20}$

b) $P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{19}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

c) $$P(\overline{A}/B) = \frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{1/2 - 3/10}{1/2} = \frac{2/10}{1/2} =$$

$$= 2/5$$

(d) $P(\bar{B}/A) = \dfrac{P(\bar{B}\cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)} =$

$$= \frac{3/4 - 3/10}{3/4} = \frac{\frac{15-6}{\cancel{20}}}{\frac{15}{\cancel{20}}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

(28) (a) $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B/A) = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{12}$

(b) $P(B) = P(A\cup B) + P(A\cap B) - P(A) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{12} - \dfrac{1}{3}$

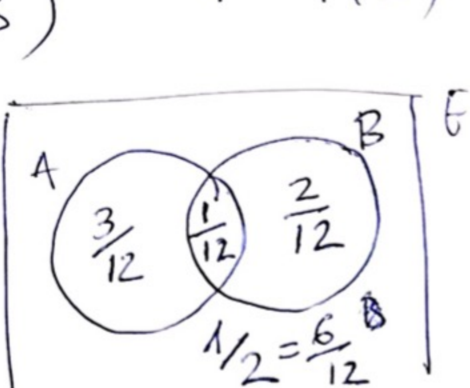
$$= \frac{6}{12} + \frac{1}{12} - \frac{4}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(c) $P(\bar{B}/A) = \dfrac{P(A\cap\bar{B})}{P(A)} = \dfrac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)} =$

$$= \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{12}}{1/3} = \frac{\frac{4-1}{\cancel{12}}}{\frac{4}{\cancel{12}}} = \frac{3}{4}$$

(d) $P(\bar{A}/\bar{B}) = \dfrac{P(\bar{A}\cap\bar{B})}{P(\bar{B})} = \dfrac{P(\overline{A\cup B})}{P(\bar{B})} = \dfrac{1-P(A\cup B)}{1-P(B)}$

$$= \frac{1-1/2}{1-1/4} = \frac{1/2}{3/4} = \frac{2/4}{3/4} = \frac{2}{3}$$



Podemos deducir el diagrama de Venn y ver que todo cuadra