OBSERVACIONES | CAP II DE PROB

(30) En este ejercicio, y en tantos otros, veo innecesario realizar el árbol completo. Yo iría al grano a por el suceso que me interese. En este caso me basta una RAMA:

$\xrightarrow{0'04} NF \xrightarrow{0'02} NF \xrightarrow{0'01} NF$

OTRA CURIOSIDAD: CUIDADO CON EL ERROR INFANTIL DE MULTIPLICAR PORCENTAJES (en un despiste puede pasarnos)

HORROR!! ¡¡

Me explico: ~~P(fallen los 3) = 4% · 2% · 1% = 8%~~

Fijaos el disparate que sale (en verdad solo es 0'0008%)

NUNCA MULTIPLICAR CON PORCENTAJES

(32) OTRA FORMA MÁS MOLONA ¡¡ MÁS SENCILLA ¿IDEA FELIZ?

Moneda 1 $\xrightarrow{1/2}$ 2ª MONEDA IGUAL A LA ANTERIOR $\Rightarrow$ 1/2

Moneda 1 $\xrightarrow{1/2}$ 2ª D (DISTINTA) $\xrightarrow{1/2}$ 3ª I $\Rightarrow$ 1/4

M1 $\xrightarrow[1/2]{}$ 2ª D $\xrightarrow[1/2]{}$ 3ª D $\xrightarrow[1/2]{}$ 4ª I $\Rightarrow$ 1/8

XD = "Moneda X distinta a la anterior"
XI = "Moneda X igual a la anterior"

TODO JUNTO

$$
1^{\underline{o}}
\begin{cases}
\xrightarrow{1/2} 2I \\
\xrightarrow{1/2} 2D
\begin{cases}
\xrightarrow{1/2} 3I \\
\xrightarrow{1/2} 3D
\begin{cases}
\xrightarrow{1/2} 4I \\
\xrightarrow{1/2} 4D \ \dots
\end{cases}
\end{cases}
\end{cases}
$$

Así podíamos seguir (árbol infinito)

35 a) $\boxed{\text{ERRATAS}}$ (¿lo copió de un alumno?)

Cuando pone $P(A\cap B) = \dots = \dfrac{0'4}{0'6} = \cancel{0'6}$!!

$\dfrac{0'4}{0'6} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \longrightarrow \simeq 0'7$ en todo caso, pero redondear a un decimal es una CHAPUZA

0'67 tiene un pase
pero yo me quedaría con la fracción

OTRA: Cuando pone:

$P(B\cap A) = 0'4 \longrightarrow P(A)\cdot \cancel{P(A/B)} = 0'4$

Se lió, sería $P(B/A)$

y le vuelve a pasar con $\cancel{P(noA/B)} \Rightarrow P(B/noA)$

y para acabar $\dfrac{0'2}{0'45} = \dfrac{20}{45} = \dfrac{4}{9}$

0'4 es otra CHAPUZA

(36) Me parece genial este ejercicio que relaciona los diagramas de árbol y las tablas de contingencia

(37) En los desarrollos pone siempre las fórmulas: Por ejemplo:

$$P(A/N) = \frac{P(A \cap N)}{P(N)} = \frac{P(A)\cdot P(N/A)}{P(N)} = \frac{0'5 \cdot 0'2}{0'4} = 0'25$$

Queda muy bien presentado, no digo que no, pero quiero pensar que si nos saltamos ese paso nos lo van a valorar igual de bien.

(39) Uuuhhh!! Yo lo interpreto distinto. Para mi opinión, ser hombre y daltónico es $D \cap H$, no D/H como interpreta el solucionario

~~Mi árbol sería así~~ Perdón, mi tabla:

	D	$\overline{D}$	
H	$1/12$	$5/12$	$6/12$
M	$1/25$	$23/50$	$25/50$
	...	...	1

$$P(D/H) = \frac{P(D \cap H)}{P(H)} = \frac{1/12}{6/12} = \frac{1}{6}$$

$$P(D/M) = 2/25$$

$$P(D) = \frac{1}{12} + \frac{1}{25} = \frac{25}{300} + \frac{12}{300} = \frac{37}{300}$$

$$P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{19}{20} = \frac{3}{10}$$

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$P(\bar{B}/A) = \frac{P(\bar{B}\cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(B\cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{10}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{5}$$

28. Se considera dos sucesos A y B tales que: $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B/A) = \frac{1}{4}$, $P(A\cup B) = \frac{1}{2}$ Calcula razonadamente: $a) P(A\cap B)$, $b) P(B)$, $c) P(\overline{B}/A)$, $d) P(\overline{A}/\overline{B})$. Nota. $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S. $P(S/T)$ denota la probabilidad del suceso S condicionada al suceso T.

a) $\mathbf{P(A\cap B)} = \mathrm{P(A)\cdot P(B/A)} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} = \mathbf{\frac{1}{12}}$

b) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{12}$$

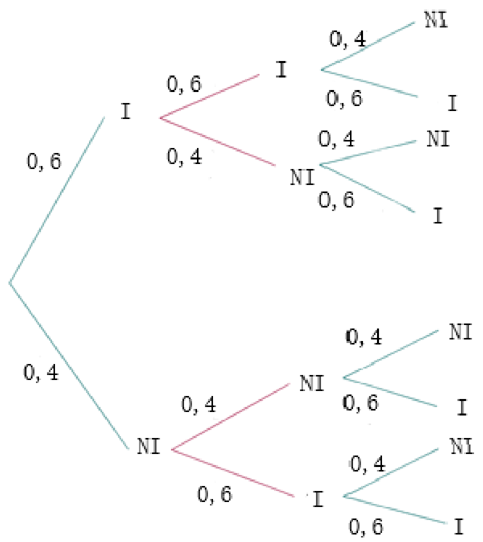
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = P(B)$; $\boldsymbol{P(B) = \frac{1}{4}}$

$$\mathrm{P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

c) $\mathbf{P(\overline{B}/A)} = \frac{P(\bar{B}\cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(B\cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \mathbf{\frac{3}{4}}$

d) $\mathrm{P(\overline{A}/\overline{B})} = \frac{\mathrm{P(\overline{A}\cap\overline{B})}}{\mathrm{P(\overline{B})}} = \frac{1 - \mathrm{P(A\cup B)}}{\mathrm{P(\overline{B})}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

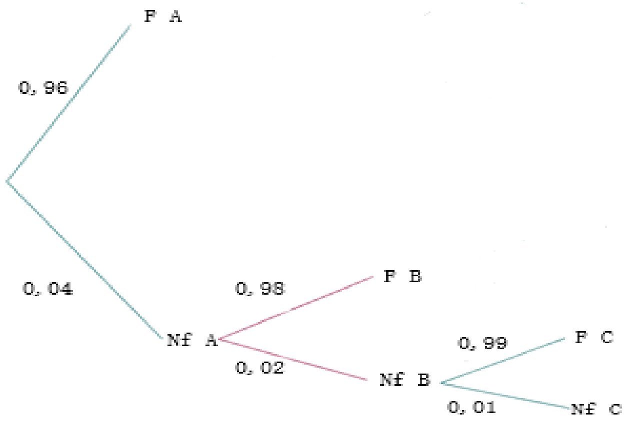
29. Dibuja en tu cuaderno un diagrama en árbol para tres incendios, y calcula la probabilidad de que al menos uno haya sido intencionado siendo $P(I) = 0,6$



$$P(al\ menos\ 1\ intencionado) = 1 - P(ninguno\ intencionado) = 1 - (0{,}4\cdot 0{,}4\cdot 0{,}4) = 0{,}936$$

30. En una aeronave se han instalado tres dispositivos de seguridad: A, B y C. Si falla A se pone B en funcionamiento, y si también falla B empieza a funcionar C. Las probabilidades de que funcione correctamente cada dispositivo son: $P(A) = 0,96$; $P(B) = 0,98$; $P(C) = 0,99$ a) Calcula la probabilidad de que fallen los tres dispositivos. b) Calcula la probabilidad de que todo vaya bien.

F = Funcione Nf = No funcione

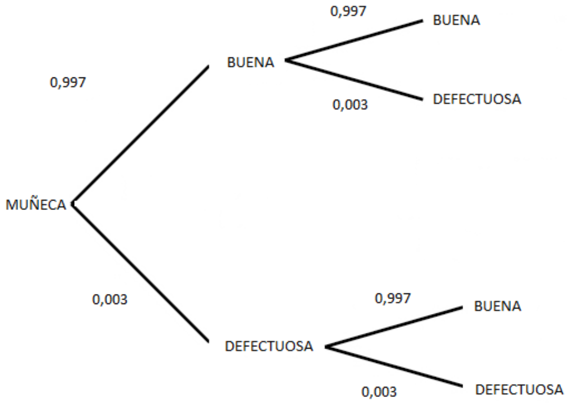


$$P(fallen\ los\ 3) = \mathrm{P(Nf \cap Nf \cap Nf) = P(Nf) \cdot P(Nf/Nf) \cdot P(Nf/Nf \cap Nf)} =$$

$$= 0{,}04 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}01 = 0{,}000008$$

$$P(todo\ salga\ bien) = 1 - P(fallen\ los\ 3) = 1 - 0{,}000008 = 0{,}999992$$

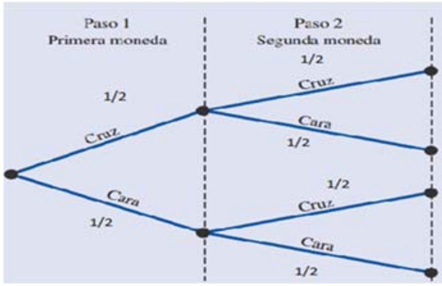
31. Una fábrica de muñecas desecha normalmente el 0'3 % de su producción por fallos debidos al azar. Calcula la probabilidad de que: a) Al coger dos muñecas al azar haya que desechar ambas. b) Al coger dos muñecas al azar haya que desechar sólo una. c) Al coger dos muñecas al azar no haya que desechar ninguna d) Verificamos 4 muñecas, calcula la probabilidad de desechar únicamente la tercera muñeca elegida.



$a)\ P(D \cap D) = P(D) \cdot P(D) = 0{,}003 \cdot 0{,}003 = 0{,}000009$
$b) P(B \cap D) + P(D \cap B) = 2 \cdot P(B) \cdot P(D) = 2(0{,}997 \cdot 0{,}003) = 0{,}00598$
$c)\ P(B \cap B) = P(B) \cdot P(B) = 0{,}997 \cdot 0{,}997 = 0{,}994$
$d)\ P(defectuosa\ solo\ la\ tercera) = P(B) \cdot P(B) \cdot P(D) \cdot P(B) = 0{,}997 \cdot 0{,}997 \cdot 0{,}003 \cdot 0{,}997$
$= 0{,}0029$

32. Lanzamos una moneda hasta que aparezca dos veces seguidas del mismo lado. Calcula las probabilidades de que: A) La experiencia termine al segundo lanzamiento. B) Termine al tercer lanzamiento. C) Termine en el cuarto. D) Termine a lo sumo en el cuarto lanzamiento (es decir, que ter-

mine en el segundo o en el tercero o en el cuarto lanzamiento)



$a)\ P(C \cap C) + P(X \cap X) = P(C) \cdot P(C) + P(X) \cdot P(X) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$b)\ P(termine\ en\ el\ tercero) = P(X) \cdot P(C) \cdot P(C) + P(C) \cdot P(X) \cdot P(X) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

$c)\ P(termine\ en\ el\ cuarto) = P(C) \cdot P(X) \cdot P(C) \cdot P(C) + P(X) \cdot P(C) \cdot P(X) \cdot P(X) = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$

$d)\ P(a\ lo\ sumo\ en\ el\ cuarto) =$

$= P(segundo) + P(termine\ en\ el\ tercero) + \ P(termine\ en\ el\ cuarto) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

33. Se ha hecho un estudio estadístico sobre accidentes de tráfico y se han determinado las siguientes probabilidades reflejadas en la tabla de contingencia:

a) Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

b) Determina las siguientes probabilidades: P(V ∩C); P(V ∩U); P(M ∩C); P(M ∩U); P(V); P(M); P(C) y P(U).

c) Calcula P(U/V); P(C/V); P(V/U); P(V/C). ¿Son dependientes o independientes los sucesos: accidente con víctimas y accidente en carretera?

a)

	Accidente en carretera (C)	Accidente en zona urbana (U)	Totales
Accidente con víctimas (V)	0,27	0,29	0,56
Accidente con sólo daños materiales (M)	0,31	0,13	0,44
Totales	0,58	0,42	1

b) $\mathrm{P(V \cap C)} = 0{,}27$; $P(V \cap U) = 0{,}29$; $P(M \cap C) = 0{,}31$; $P(M \cap U) = 0{,}13$

$P(V) = \mathrm{P(V \cap C)} + (V \cap U) = 0{,}56$; $P(M) = P(M \cap C) + P(M \cap U) = 0.44$

$P(C) = \mathrm{P(V \cap C)} + P(M \cap C) = 0{,}58$; P(U)=$P(V \cap U) + P(M \cap U) = 0{,}42$

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

c) $P(U/V) = \frac{0,29}{0,56} = 0,54$; $P(C/V) = \frac{0,27}{0,56} = 0,48$

$P(V/U) = \frac{0,30}{0,43} = 0,7$; $P(V/C) = \frac{0,27}{0,58} = 0,47$

Los sucesos V y C son dependientes pues P(V) = 0,56 ≠ P(V/C) = 0,47

34. Inventa una tabla de contingencia considerando que los accidentes pueden ser de carretera© o urbanos(U), pero que ahora los clasificamos en leves(L), Graves(G) o mortales(M). Observa que lo fundamental para confecciona la tabla es que los sucesos sean incompatibles dos a dos.

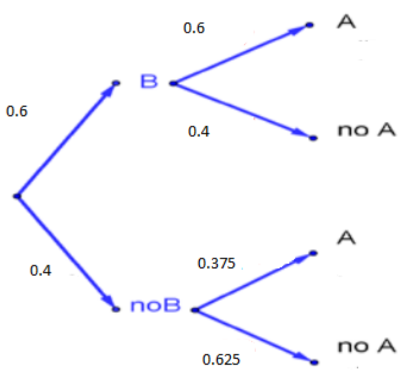
	Accidentes en carretera (C)	Accidentes urbanos (U)	Totales
Accidentes (L)	0.27	0.29	0.56
Accidentes (G)	0.18	0.01	0.19
Accidentes (M)	0.13	0.12	0.25
Totales	0.58	0.42	1

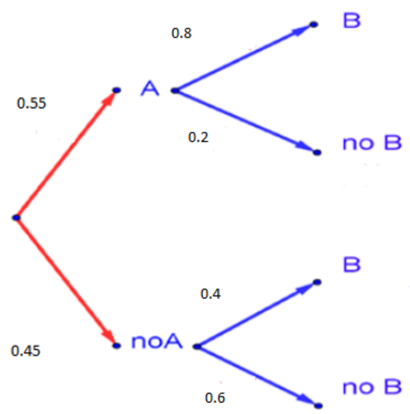
35. Dada la tabla de contingencia, construye dos diagramas de árbol.

	A	**No A**	
B	**0.4**	**0.2**	**0.6**
No B	**0.15**	**0.25**	**0.4**
	0.55	**0.45**	**1**

$$P(A \cap B) = 0.4 \rightarrow P(B) \cdot P(A/B) = 0.4 \rightarrow P(A/B) = \frac{0.4}{0.6} = 0.6$$

$$P(A \cap noB) = 0.15 \rightarrow P(noB) \cdot P(A/noB) = 0.15 \rightarrow P(A/noB) = \frac{0.15}{0.4} = 0.375$$

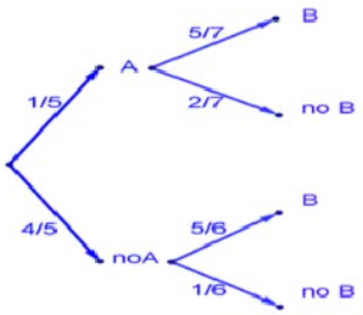




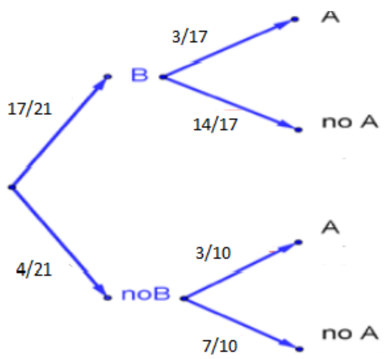
$$P(B \cap A) = 0.4 \rightarrow P(A) \cdot P(A/B) = 0.4 \rightarrow P(A/B) = \frac{0.4}{0.5} = 0.8$$

$$P(B \cap noA) = 0.2 \rightarrow P(noA) \cdot P(noA/B) = 0.2 \rightarrow P(noA/B) = \frac{0.2}{0.45} = 0.4$$

36. Dado el diagrama de árbol del margen, construye una tabla de contingencia, y después el otro diagrama de árbol.



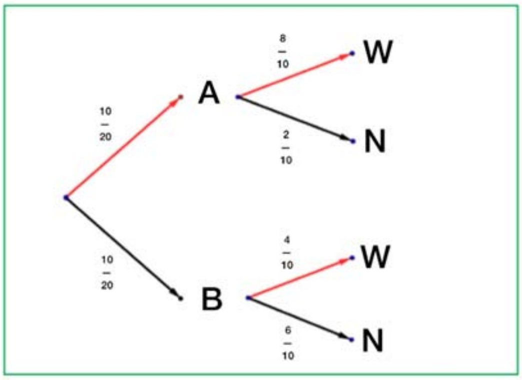
	A	No A	Totales
B	5/35	20/30	17/21
No B	2/35	4/30	4/21
Totales	7/35	24/30	1



$$P(A \cap B) = \frac{5}{35} \rightarrow P(B) \cdot P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{5}{35} \rightarrow P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{\frac{5}{35}}{\frac{17}{21}} = 3/17$$

$$P(A \cap noB) = 2/35 \rightarrow P(noB) \cdot P(A/noB) = 2/35 \rightarrow P(A/noB) = \frac{2/35}{4/21} = 3/10$$

37. Tenemos dos urnas, A y B. La primera con 8 bolas blancas y 2 bolas negras. La segunda con 4 bolas blancas y 6 bolas negras. Se saca una bola al azar, de una de las dos urnas, también al azar y resulta ser negra. ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la urna A?



$A \rightarrow$ elegir urna A $\quad$ $B \rightarrow$ elegir urna B

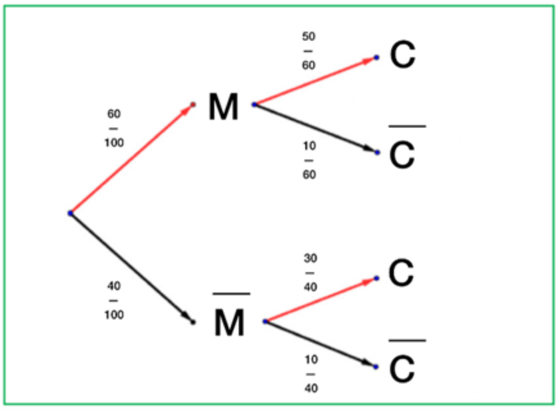
$W \rightarrow$ extraer bola blanca $\quad$ $N \rightarrow$ extraer bola negra

P(A/N) = $\frac{P(A\cap N)}{P(N)} = \frac{P(A)\cdot P(N/A)}{P(N)} = \frac{0{,}5\cdot 0{,}2}{0{,}4} = 0{,}25$

P(N) = $P(A\cap N) + P(B\cap N) = P(A)\cdot P(N/A) + P(B)\cdot p(N/B) = \frac{10}{20}\cdot\frac{2}{10} + \frac{10}{20}\cdot\frac{6}{10} = 0{,}4$

La probabilidad de que la bola negra proceda de la urna A es de 0,25

38. Se está estudiando un tratamiento con un nuevo medicamento, para lo que se seleccionan 100 enfermos. A 60 se les trata con el medicamento y a 40 con un placebo. Los valores obtenidos se representan en la tabla adjunta. Calcula:



$M \rightarrow$ Tratados con medicamento $\quad$ $\overline{M} \rightarrow$ Tratados sin medicamento, es decir, con el placebo

$C \rightarrow$ Curados $\quad$ $\bar{C} \rightarrow$ No curados

a) La probabilidad de que un enfermo curado haya sido tratado con el medicamento.

P(M/C) = $\frac{P(M\cap C)}{P(C)} = \frac{P(M)\cdot P(C/M)}{P(C)} = \frac{0{,}6\cdot 0{,}83}{0{,}8} = 0{,}62$

P(C) = P(M) · P(C/M) + P($\overline{M}$) · P($C/\overline{M}$)

P(C) = $\frac{50}{60}\cdot\frac{60}{100} + \frac{30}{40}\cdot\frac{40}{100} = 0{,}8$

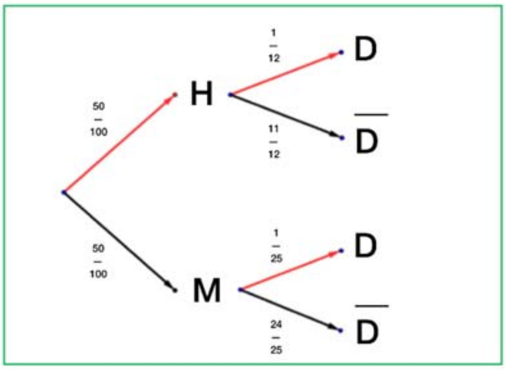
La probabilidad de que un enfermo curado haya sido tratado con el medicamento es de 0,62

b) La probabilidad de que un enfermo curado haya sido tratado con el placebo.

P($\overline{M}$/C) = $\frac{P(\overline{M}\cap C)}{P(C)} = \frac{P(\overline{M})\cdot P(C/\overline{M})}{P(C)} = \frac{0{,}4\cdot 0{,}75}{0{,}8} = 0{,}38$

La probabilidad de que un enfermo curado haya sido tratado con el placebo es de 0,38

39. Se sabe que, en cierta población, la probabilidad de ser hombre y daltónico es un doceavo y la probabilidad de ser mujer y daltónica es un veinticincoavo. La proporción de personas de ambos sexos es la misma. Se elige una persona al azar.



H → Hombres M → Mujeres
D → Daltónicas/os $\overline{D}$ → No daltónicas/os

a) Si la persona elegida es hombre, hallar la probabilidad de que sea daltónico.

P(D/H) = $\frac{1}{12}$

La probabilidad de que un hombre sea daltónico es de $0{,}08\hat{3}$

b) Si la persona elegida es mujer, hallar la probabilidad de que sea daltónica.

P(D/M) = $\frac{1}{25}$

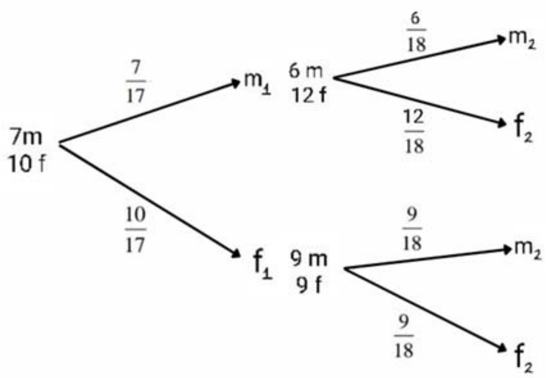
La probabilidad de que una mujer sea daltónica es de 0,04

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca daltonismo?

P(D) = P(H) · P(D/H) + P(M) · P(D/M)

P(D) = $\frac{1}{12} \cdot \frac{50}{100} + \frac{1}{25} \cdot \frac{50}{100}$ = 0,062

40. Una caja de caramelos contiene 7 caramelos de menta y 10 de fresa. Se extrae al azar un caramelo y se sustituye por dos del otro sabor. A continuación, se extrae un segundo caramelo. Hállese la probabilidad que:
a) El segundo sea de fresa
b) El segundo sea del mismo sabor que el primero



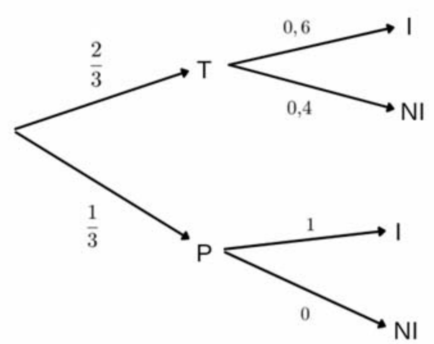
a) $P(F_2) =$ $P[(M_1 \cap F_2) \cup (F_1 \cap F_2)] =$

$$P(M_1 \cap F_2) + P(F_1 \cap F_2) =$$
$$= P(M_1) \cdot P\,(F_2/M_1) + P(F_1) \cdot P(F_2/F_1) = \frac{7}{17} \cdot \frac{2}{3} + \frac{10}{17} \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{29}{51}}$$

b) $P[(M_1 \cap M_2) \cup (F_1 \cap F_2)] = P(M_1 \cap M_2) + P(F_1 \cap F_2) =$
$P(M_1) \cdot P\,(M_2/M_1) + P(F_1) \cdot P(F_2/F_1) = \frac{7}{17} \cdot \frac{1}{3} + \frac{10}{17} \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{22}{51}}$

La probabilidad de que el segundo caramelo sea de fresa es de $\frac{29}{51}$ y que el segundo sea del mismo sabor que el primero es de $\frac{22}{51}$

41. En un avión de línea regular existe clase turista y clase preferente. La clase turista ocupa las dos terceras partes del pasaje y la clase preferente el resto. Se sabe que todos los pasajeros que viajan en la clase preferente saben hablar inglés y que el 40% de los pasajeros que viajan en clase turista no saben hablar inglés. Se elige un pasajero del avión al azar.
a) Calcúlese la probabilidad de que el pasajero elegido sepa hablar inglés.
b) Si se observa que el pasajero elegido sabe hablar inglés, ¿cuál es la probabilidad de que viaje en la clase turista?

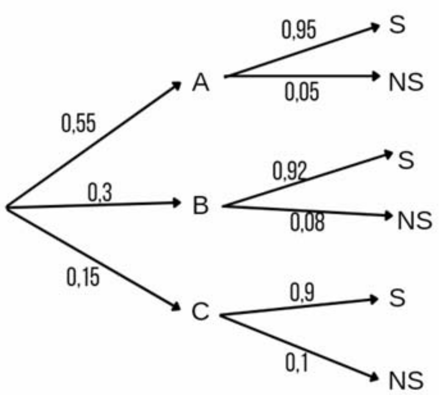


a) $P(I) = P(T \cap I) + P(P \cap I) = P(T) \cdot P(I/T) + P(P) \cdot P(I/P) = \frac{2}{3} \cdot 0{,}6 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \mathbf{0{,}73}$

b) $P(T/I) = \frac{P(T \cap I)}{P(I)} = \frac{P(T) \cdot P(I/T)}{P(I)} = \frac{0{,}4}{0{,}73} = \mathbf{0{,}54}$

La probabilidad de que el pasajero que se eligió sepa hablar inglés es de 0,73 y la probabilidad de que ese pasajero pertenezca a la clase turista es de 0,54

42. Una tienda de trajes de caballero trabaja con tres sastres. Un 5% de los clientes atendidos por el sastre A no queda satisfecho, tampoco el 8% de los atendidos por el sastre B ni el 10% de los restantes del C. Calcúlese la probabilidad de que:
a) Un cliente no quede satisfecho con el arreglo
b) Si un cliente no ha quedado satisfecho, le haya hecho el arreglo el sastre A

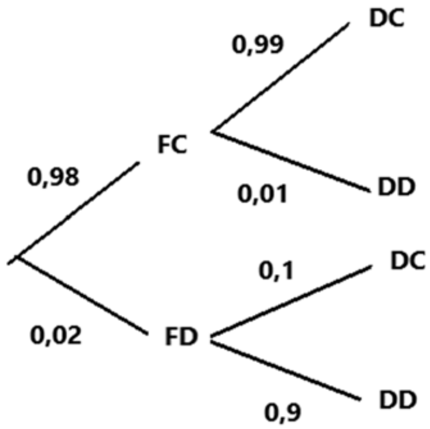


a) $P(NS) = P(A \cap NS) + P(B \cap NS) + P(C \cap NS) = P(A) \cdot P(NS/A) + P(B) \cdot P(NS/B) + P(C) \cdot P(NS/C) = 0{,}55 \cdot 0{,}05 + 0{,}3 \cdot 0{,}08 + 0{,}15 \cdot 0{,}1 = \mathbf{0{,}0665}$

b) $P(A/NS) = \frac{P(A \cap NS)}{P(NS)} = \frac{0{,}55 \cdot 0{,}05}{0{,}0665} = \mathbf{0{,}413}$

La probabilidad de que el cliente no quede satisfecho con el arreglo es de 0,0665 y si el cliente no queda satisfecho la probabilidad de que el arreglo lo hiciera el sastre A es de 0,413.

43. En un proceso de fabricación de móviles se detecta que el 2 % salen defectuosos. Se utiliza un dispositivo para detectarlos que resulta que detecta el 90 % de los móviles defectuosos, pero señala como defectuosos un 1 % que no lo son. A) Calcula la probabilidad de que sea correcto un móvil que el dispositivo ha calificado como defectuoso. B) Calcula la probabilidad de que sea defectuoso un móvil que el dispositivo ha calificado como correcto. Ayuda: Utiliza primero un diagrama en árbol y luego una tabla de contingencia.



	Fabricado Correcto (FC)	Fabricado Defectuoso (FD)	
DETECTADO como Correcto (DC)	**0,9702**	**0,002**	**0,9722**
DETECTADO como Defectuoso (DD)	**0,0098**	**0,018**	**0,0278**
	0,98	0,02	**1**

$$A)\ P(FC/DD) = \frac{P(FC \cap DD)}{P(DD)} = \frac{0{,}0098}{0{,}0278} = 0{,}3525$$

$$B) P(FD/DC) = \frac{P(FD \cap DC)}{P(DC)} = \frac{0{,}002}{0{,}9722} = 0{,}0021$$

44. Se tienen 3 cajas, A, B y C. la caja A tiene 10 bolas de cuales 4 son negras. La caja B tiene 6 bolas con una bola negra. La caja C tiene 8 bolas con 3 negras. Se coge una caja al azar y de esa caja saca una bola, también al azar. Comprueba que la probabilidad de que la bola sea negra es 113/360.

A = 10 bolas y 4 negras B = 6 bolas y 1 negra C = 8 bolas y 3 negras O = No negra

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra