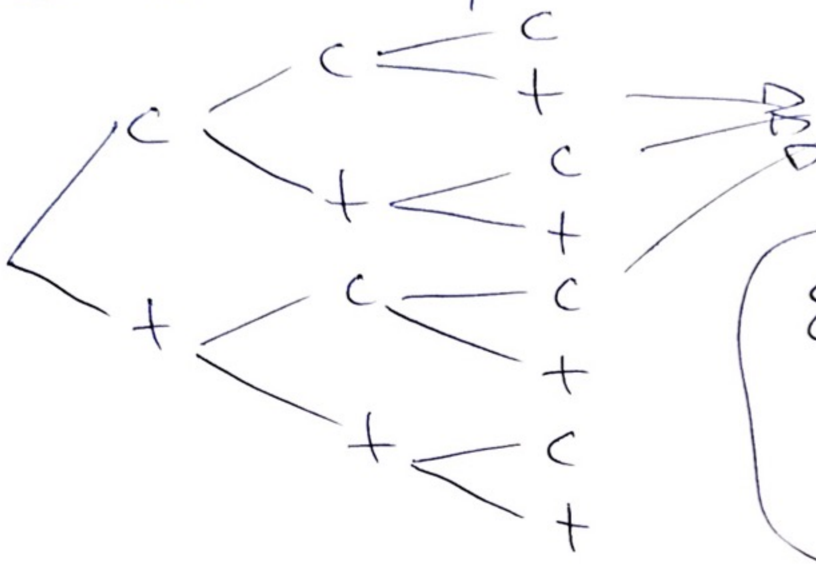
OBSERVACIONES DE SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO IV (BINOMIAL)

① Por más que lo leo, no entiendo nada

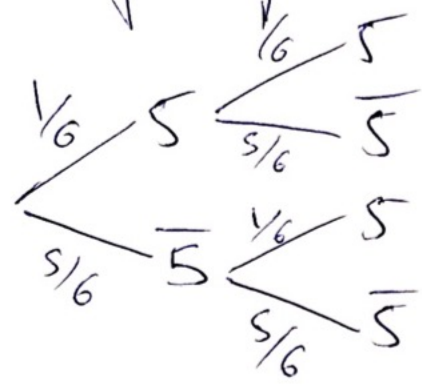


$P(2\ caras) = \frac{3}{8} = P(1)$

En el ejercicio 3 lo pone así

---

② No sé por qué deja los diagramas a medias:



---

③ Hay una errata en la tabla (el último 3 es un dos) pero al calcular E(x) lo pone bien

④ El enunciado debería decir que si ganamos nos dan el doble de lo apostado

(4) d) Yo creo que esa suma acaba en 1/32 porque no tiene infinito dinero

$$\underbrace{P(\text{ganar } 10) = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32} = \frac{31}{32}}$$

$$\left.\begin{aligned} P(+10) &= \frac{31}{32} \\ P(-310) &= \frac{1}{32} \end{aligned}\right\} \quad E(x) = 10\cdot\frac{31}{32} + (-310)\frac{1}{32}$$

$$\boxed{E(x)=0}$$

4c) Creo que no es un juego ventajoso ni lo contrario, es un juicio de valor, no matemático

En lo que si estoy de acuerdo es que $P(-500)=0$

---

(5) Sería 0'5x€ y 0'42x€

Se supone que sumemos los resultados

La esperanza es recuperar 0'5 y 0'42 veces lo apostado ⟹ El resultado que expone es correcto

---

(7) Lo de excluir el 6 y el 15 puede ser discutible. En PeVAU nunca van a dejar ninguna ambigüedad ¡TRANQUILOS!

CON VARIABLE CONTINUA NO INFLUYE

Matemáticas II
2º Bachillerato
Capítulo 12: Distribuciones de Probabilidad

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

www.apuntesmareaverde.org.es

Realizados por: CARMEN, JULIA, LAURA, ESPERANZA, ISMAEL F, AMALIA, ISMAEL C, OLIVIA, NATALIA, AITOR, ROSA, AITANA, NEREA, IRENE, CELIA P, LUCÍA, ALEJANDRA, CELIA S, ANDREA.

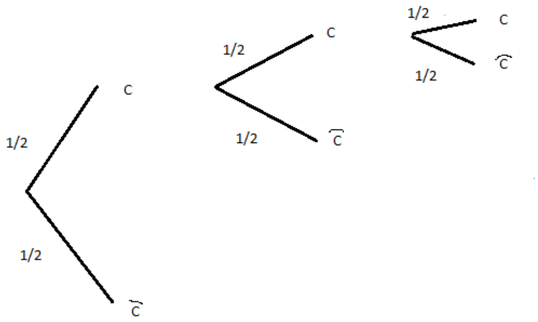
IES ATENEA, CIUDAD REAL

Revisor: Luis Carlos Vidal del Campo

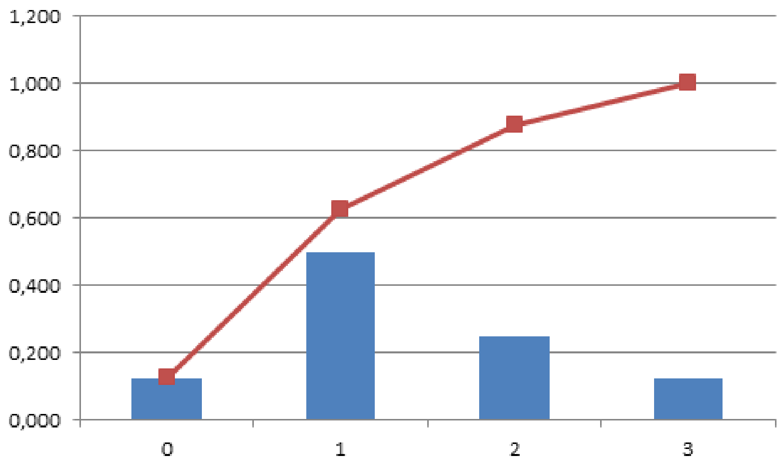
Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

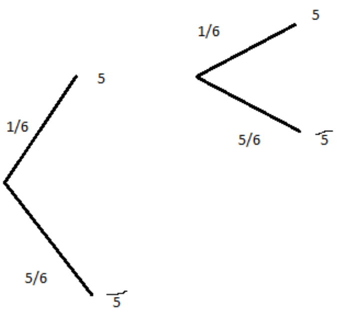
1. Se lanzan 3 monedas y contamos el número de caras que salen. Haz un diagrama un árbol. Escribe en una tabla la función de cuantía y la función de distribución. Representa la función de cuantía en un histograma y con una línea la función de distribución.



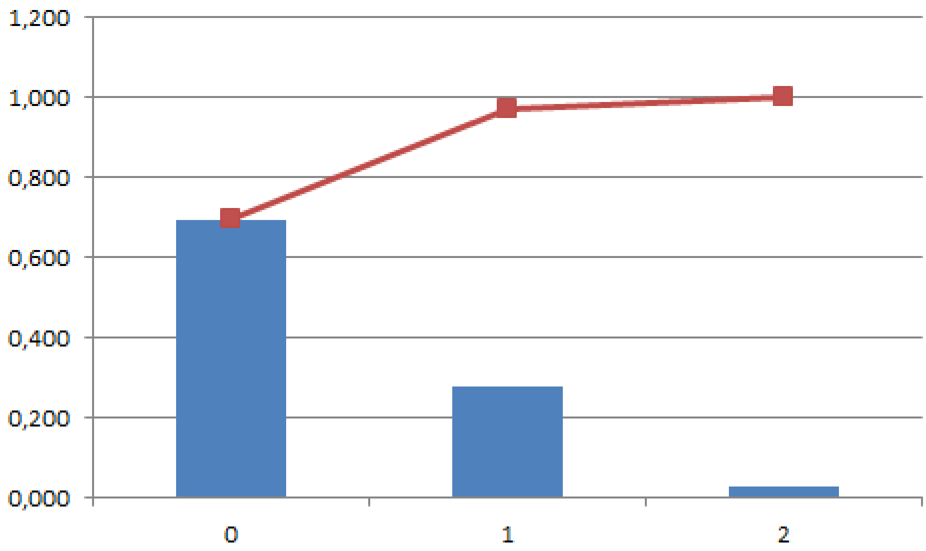
Caras	P_i	F
0	1/8	1/8
1	1/2	5/8
2	1/4	7/8
3	1/8	1



2. Se lanzan 2 dados y contamos el número de 5 que aparecen. Haz un diagrama en árbol, escribe en una tabla la función de cuantía y la función de distribución, y represéntalas gráficamente.



Número 5	**p_i**	**F**
0	**25/36**	**25/36**
1	**10/36**	**35/36**
2	**1/36**	**1**



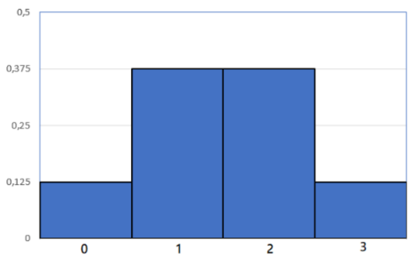
3. Se lanzan 3 monedas. Por jugar nos cobran 1 euro, y por cada cara que aparezca ganamos 1 euro. Escribe una distribución de probabilidad y representa el histograma. ¿Cuánto esperas ganar o perder en 100 lanzamientos?

caras	0	1	2	3
probabilidad	1/8	3/8	3/8	1/8
Ganancia	-1	0	1	3

$$\mathrm{E(x)} = (-1)\left(\frac{1}{8}\right) + 0\left(\frac{3}{8}\right) + 1\left(\frac{3}{8}\right) + 2\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2}$$

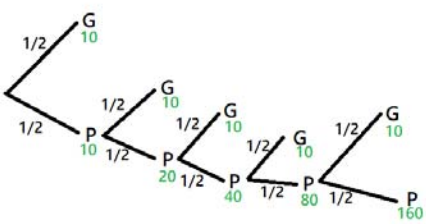
$$100 \cdot \frac{1}{2} = 50€$$

Esperamos ganar 50€



4. Una persona apuesta 10 euros a un juego de tirar una moneda y que salga cruz o cara (o similar). Si gana se retira y deja de jugar. Si pierde, apuesta el doble, 20 euros. Si gana se retira. Si pierde apuesta el doble, 40 euros. Y así sucesivamente. Con esta estrategia siempre acaba ganando 10 euros, pero tiene un defecto, que no lleve suficiente dinero para seguir jugando hasta ganar. Imagina que lleva 500 €. A) Haz un diagrama de árbol y calcula todas las posibilidades. B) La distribución de probabilidad: $Ganancia(x) \to Probabilidad(x)$. C) ¿Es un juego ventajoso? ¿Y para nuestro jugador? D) Calcula la probabilidad de ganar 10 euros y la de perder 500 euros.

A)



IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

B)

Apuesta	10	20	40	80	160	320, No puede apostar
Pierde	-10	-30	-70	-150	-310	
Gana Tiene	10	10	10	10	10	
Probabilidad	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	

C) Es un juego ventajoso para los creadores de ese juego ya que tendrán muchas ganancias. No es un juego ventajoso para nuestro jugador ya que en caso de que gane solo ganaría 10 euros y recupere el dinero que ya tenía él desde el principio.

D) $P(ganar\ 10€) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \cdots.$

Se trata de la suma de una progresión geométrica de razón ½, $S = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1.$

No puede perder los 500€ pues en la 5ª jugada ya ha perdido 310€ y no puede apostar más.

***5.* Lanzamos dos dados. Si apostamos al 7 y sale, recuperamos tres veces lo apostado. Si apostamos que sale menor que 7 y sale, recuperamos lo apostado, y lo mismo si apostamos que sale mayor que 7. ¿Cuál es la mejor estrategia?**

1º. Se hace una tabla:

	Sale 7	< 7	> 7
Ganancia	*3x*	*x*	*x*
P_i	$\frac{6}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{15}{36}$

2º. Multiplicamos las ganancias por las probabilidades y el resultado que salga mayor es el más favorable. Sea x la cantidad apostada.

- 3·x €·6/36 = 0.5€
- x €·15/36 = 0.42€

La mejor estrategia es apostar por el 7 ya que su porcentaje de que salgas beneficiado es superior a las otras posibilidades.

***6.* Se ha comprobado que la distribución de probabilidad del sexo de un recién nacido es:**

Sexo bebé	**chica**	**chico**
Probabilidad	**0,485**	**0,515**

En un hospital van a nacer hoy 10 bebés. Escribe la expresión de probabilidad de que nazcan 7 chicas.

1º. Lo más importante es decir a que llamas x.

X: nacer chicas, X sigue una B(10, 0,485)

2º. Luego aplicamos la fórmula de distribución binomial y obtenemos el resultado.

$$P(x=7) = \binom{10}{7} \cdot (0{,}485)^7 \cdot (0{,}515)^3 = 0{,}1034$$

La probabilidad de que nazcan 7 niñas de los 10 bebés que van a nacer es un 0,1034.

***7.* Se estima que el porcentaje de hogares que utiliza una determinada marca de tomate frito es del 12 %. En una muestra de 20 hogares, ¿qué probabilidad hay de encontrar entre 6 y 15 que lo utilicen? (No calcules, soló plantea como lo calcularías).**

1º. Lo más importante es decir a que llamas X.

X: `$Hogar\ que\ utiliza\ la\ marca\ de\ tomate\ frito$´ → B(20, 0,12)

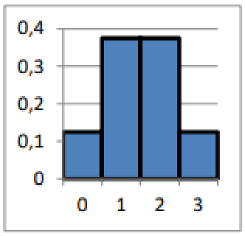
$$P(6 < x < 15) = P(x = 7) + P(x = 8) + P(x = 9) + P(x = 10) +$$
$$+P(x = 11) + P(x = 12) + P(x = 13) + P(x = 14) =$$
$$= \binom{20}{7} \cdot 0{,}12^7 \cdot 0{,}88^{13} + \binom{20}{8} \cdot 0{,}12^8 \cdot 0{,}88^{12} \binom{20}{9} \cdot 0{,}12^9 \cdot 0{,}88^{11} + \binom{20}{10} \cdot 0{,}12^{10} \cdot 0{,}88^{10} +$$
$$+ \binom{20}{11} \cdot 0{,}12^{11} \cdot 0{,}88^9 + \binom{20}{12} \cdot 0{,}12^{12} \cdot 0{,}88^8 + \binom{20}{13} \cdot 0{,}12^{13} \cdot 0{,}88^7 + \binom{20}{14} \cdot 0{,}12^{14} \cdot 0{,}88^6$$

8. Lanzamos dos monedas y contamos el número de caras. Calcula la media y la desviación típica de dicho experimento.

- Definimos la variable: $x \rightarrow sacar\ cara$
- Calculamos que: $P(x) = \frac{1}{2} = p$
- Tenemos que: $X \sim B\left(2, \frac{1}{2}\right)$
- Calculamos q: $q = 1 - p \rightarrow q = 1 - \frac{1}{2} \rightarrow q = \frac{1}{2}$
- Calculamos la **<u>media:</u>** $\mu = np \rightarrow \mu = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$
- Calculamos la desviación típica: $\sigma = \sqrt{npq} \rightarrow \sigma = \sqrt{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{2}}{2}$

9. Observa el histograma del experimento de lanzar una moneda 3 veces. Indica las siguientes probabilidades. A) Probabilidad de que el número de caras sea menor que 1. B) Probabilidad de que el número de caras sea menor o igual a 1.

- Definimos la variable: $x \rightarrow salir\ cara$
- Calculamos que: $P(x) = \frac{1}{2} = p$
- Tenemos que: $X \sim B\left(3, \frac{1}{2}\right)$
- Calculamos q: $q = 1 - p \rightarrow q = 1 - \frac{1}{2} \rightarrow q = \frac{1}{2}$



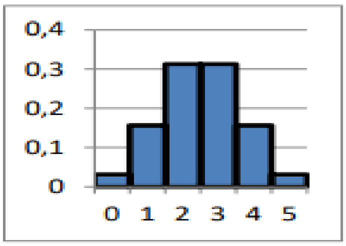
n = 3. B(3, 1/2).

a) $P(x < 1) = p(x = 0) = \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

b) $P(x \leq 1) = P(x = 0) + P(x = 1) = \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

10. Observa el histograma del experimento de lanzar una moneda 5 veces. Indica las siguientes probabilidades. A) Probabilidad de que el número de caras sea menor que 3. B) Probabilidad de que el número de caras sea menor o igual a 3.

- Definimos la variable: $x \rightarrow sacar\ cara$
- Calculamos que: $P(x) = \frac{1}{2} = p$
- Tenemos que: $X \sim B\left(5, \frac{1}{2}\right)$
- Calculamos q: $q = 1 - p \rightarrow q = 1 - \frac{1}{2} \rightarrow q = \frac{1}{2}$



$n = 5.\ B(5,\ 1/2).$

a) $P(x < 3) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) = \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2}$

b) $P(x \le 3) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) = \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{16}$

11. Escribe la expresión (no lo calcules) de la probabilidad de que al lanzar una moneda 15 veces el número de caras sea menor que 5.

<u>DATOS</u>

n=15 k=nº de caras

p(éxito) = $\frac{1}{2}$ = p q= P(fracaso)= 1 – p = 1 $- \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

<u>FÓRMULA</u>

$P(x = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$

<u>SOLUCIÓN:</u>

$$P(x < 5) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4) =$$
$$= \binom{15}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{15} + \binom{15}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{14} + \binom{15}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{13} +$$
$$+ \binom{15}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{12} + \binom{15}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{11}$$

12. Escribe la expresión (no lo calcules) de la probabilidad de que al lanzar un dado 15 veces el número de cincos sea mayor que 10.

<u>DATOS</u>

n=15 k= número de 5s > 10 p= $\frac{1}{6}$ q = 1 – p = 1 $- \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

<u>FÓRMULA</u>

$P(x = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$

SOLUCIÓN:

$$P(x > 10) = P(x = 11) + P(x = 12) + P(x = 13) + P(x = 14) + P(x = 15) =$$
$$= \binom{15}{11} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{11} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{4} + \binom{15}{12} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{3} + \binom{15}{13} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{13} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{2} +$$
$$+ \binom{15}{14} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{14} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{1} + \binom{15}{15} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{15} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{0}$$

13. En el control de calidad de bombillas de bajo consumo de una fábrica se ha comprobado que el 90% son buenas. Se toma una muestra de 500 bombillas. Por término medio, ¿cuántas serán de buena calidad? Calcula la media, la varianza y la desviación típica.

DATOS

n=500 p = 0,9 q = 1 − p = 1 – 0,9 = 0,1 B(n , p) = B(500 , 0,9)

FÓRMULAS

Media: $\mu = n \cdot p$ Varianza: $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$ Desviación típica: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{\sigma^2}$

SOLUCIÓN:

$\mu = 500 \cdot 0{,}9 = 450$ $\sigma^2 = 500 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 45$ $\sigma = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \approx 6{,}7$

14. En el estudio sobre una nueva medicina para la hepatitis C se ha comprobado que produce curaciones completas en el 80% de los casos tratados. Se administra a mil nuevos enfermos, ¿cuántas curaciones esperaremos que se produzcan?

DATOS

n= 1000 p = 0,8 B(n , p); B(1000 , 0'8)

FÓRMULA

$E(x) = \mu = n \cdot p$

SOLUCIÓN:

$\mu = 1000 \cdot 0{,}8 = 800$ Esperamos que se produzcan 800 curaciones.

15. Utiliza la desigualdad de *Chebycheff* para indicar los intervalos de probabilidad para el juego de apostar a obtener más de 7 al tirar dos dados.

(Ayuda: $\boldsymbol{\mu = -\frac{1}{6}}$ y $\boldsymbol{\sigma \approx 0,986}$)

De acuerdo con la desigualdad de *Chebycheff,* que dice: $P(|x - \mu| \leq k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$ *y teniendo en cuenta los valores de* $\mu = -\frac{1}{6}$ *y* $\sigma \approx 0{,}986$*,* los intervalos de probabilidad para 2 y 3 desviaciones típicas son:

$$P\left(\left|x + \frac{1}{6}\right| \leq 2 \cdot 0{,}986\right) \geq 1 - \frac{1}{2^2} \rightarrow P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq x \leq \mu + 2 \cdot \sigma)$$

$\rightarrow P(-2{,}139 \leq x \leq 1{,}805) \geq 0{,}75$ el intervalo sería $(-2{,}139,\ 1{,}805)$

$$P\left(\left|x + \frac{1}{6}\right| \leq 3 \cdot 0{,}986\right) \geq 1 - \frac{1}{3^2} \rightarrow P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq x \leq \mu + 3 \cdot \sigma)$$

$\rightarrow P(-3{,}125 \leq x \leq 2{,}791) \geq 0{,}89$ el intervalo sería $(-3{,}125,\ 2{,}791)$