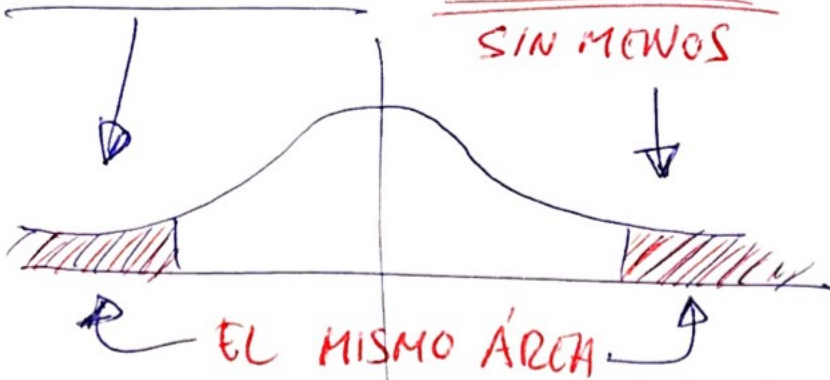


# OBSERVACIONES DEL SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO V (NORMAL)

(19) d) Pequeña errata en el primer paso, donde debemos quitar el menos

Por la simetría:

$$P(z \leq -0.87) = P(z \geq 0.87) = \dots$$



(23) a) Se hace así por lógica, pero si considerásemos 25 segundos "exactos", la prob. sería CERO

d) y e) ¡¡ Pero cómo vamos a sacar la velocidad? !!  
La respuesta que proponen no tiene coherencia

(24) Con 4 decimales... no hay otra respuesta. Está claro que la probabilidad no será 0, pero sí inferior a 0.00005, bajisísimísima. Si lo pensamos, son claramente sucesos casi imposibles → (sigue)

(24) (5160) Si ocurriese eso, sospecharíamos de esa moneda MUCHO

(25)  $npq = 10.5 > 9 \Rightarrow$  El ajuste es bueno

Yo ~~impugnaría~~ per ahí

Mirad que los resultados son lógicos porque son sucesos que se alejan de 35 (70% de 50), que es el resultado "esperado"

(26) Enfoque desperatado. No le ves sentido a nada.

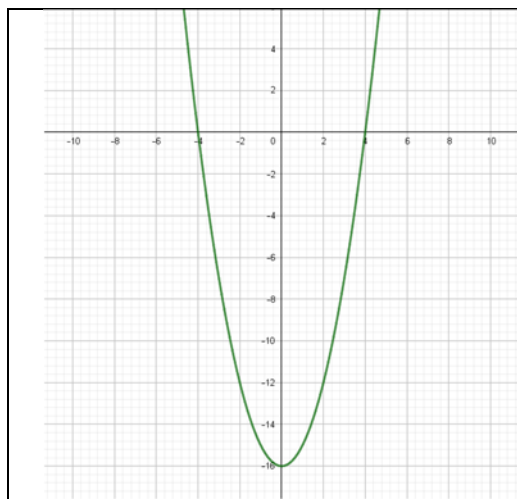
En todo caso, hallaría  $P(X \geq 1000)$

Lo podemos haber si alguien le ve sentido (MÁS DE LA MITAD DE LOS VOTOS)

$$P(X \geq 1000) = P\left(z \geq \frac{1000 - 700}{\sqrt{4.55}}\right) = P(z \geq 14)$$

$$= 1 - P(z < 14) = 1 - 1 = 0$$

Pero es absurdo también, a no ser que solo haya dos partidos. Si hay 3 o más partidos, con menos votos puedes ganar. El ejercicio está mal planteado para mi opinión.



$$\int_a^b f(x) dx = 1 \quad y$$

$$f(x) \geq 0$$

$f(x)$  es negativa en  $-4 \leq x \leq 4$

y positiva en el resto, por tanto,

para que sea función de densidad

A ha de ser negativa

Los límites serán  $-4$  y  $4$

$$\begin{aligned} \int_{-4}^4 A(x^2 - 16) dx &= A \int_{-4}^4 (x^2 - 16) dx = A \left[ \frac{x^3}{3} - 16x \right]_{-4}^4 = \\ &= A \left[ \left( \frac{4^3}{3} - 16 \cdot 4 \right) - \left( \frac{(-4)^3}{3} - 16 \cdot (-4) \right) \right] = A \cdot \left( \frac{-256}{3} \right) \\ \frac{-256}{3} A &= 1 \rightarrow A = \frac{-3}{256} \end{aligned}$$

b)  $Dom f(x) = \{-4 \leq x \leq 4\}$

c)

$$\begin{aligned} \mu &= \int_a^b x \cdot f(x) dx = \int_{-4}^4 x \cdot \frac{-3}{256} (x^2 - 16) dx = \frac{-3}{256} \int_{-4}^4 x \cdot (x^2 - 16) dx = \\ &= \frac{-3}{256} \int_{-4}^4 (x^3 - 16x) dx = -\frac{3}{256} \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{16x^2}{2} \right]_{-4}^4 = \\ &= \frac{-3}{256} \left[ \left( \frac{4^4}{4} - \frac{16 \cdot 4^2}{2} \right) - \left( \frac{(-4)^4}{4} - \frac{16 \cdot (-4)^2}{2} \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \int_a^b (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx = \int_{-4}^4 x^2 \cdot \frac{-3}{256} (x^2 - 16) dx = \frac{-3}{256} \int_{-4}^4 x^2 (x^2 - 16) dx = \\ &= \frac{-3}{256} \int_{-4}^4 (x^4 - 16x^2) dx = \frac{-3}{256} \left[ \frac{x^5}{5} - \frac{16x^3}{3} \right]_{-4}^4 = \\ &= \frac{-3}{256} \left[ \left( \frac{4^5}{5} - \frac{16 \cdot (4)^3}{3} \right) - \left( \frac{(-4)^5}{5} - \frac{16 \cdot (-4)^3}{3} \right) \right] = \frac{16}{5} \end{aligned}$$

19. Utiliza la tabla de la normal tipificada para calcular:

a)  $P(z \leq 0,37)$ ; Buscamos en la primera columna el 0,3, y el 0,07 lo buscamos en la primera fila.

Obtenemos que  $P(z \leq 0,37) = \mathbf{0,6443}$

b)  $P(z < 1,51)$ ; Buscamos en la primera columna el 1,5, y el 0,01 lo buscamos en la primera fila. Obtenemos que  $P(z < 1,51) = \mathbf{0,9345}$

c)  $P(z \geq 0,87)$ ; como el área total es de 1, y la curva simétrica,  
 $P(z \geq 0,87) = 1 - P(z \leq 0,87) = 1 - 0,8078 = \mathbf{0,1922}$

d)  $P(z \leq -0,87)$ ; como el área total es de 1, y la curva simétrica,

$$P(z \geq -0,87) = 1 - P(z \leq 0,87) = 1 - 0,8078 = \mathbf{0,1922}$$

e)  $P(0,32 < z < 1,24)$ ; calculamos  $P(0,32 < z < 1,24) = P(z < 1,24) - P(z < 0,32)$ .  
 Buscamos en la tabla y obtenemos  $0,8907 - 0,6217 = \mathbf{0,269}$

**20. Se trata a pacientes con trastorno de sueño con un tratamiento que modela el número de días con una distribución normal de media 290 días y desviación típica 30. Calcula la probabilidad de que al tomar una persona al azar su tratamiento dure más de 300 días.**

**X: tener cáncer,  $X \rightarrow N(290, 30)$**

$$P(X > 300) = P\left(Z > \frac{300 - 290}{30}\right) = P(Z > 0,33) = 1 - P(Z \leq 0,33) = 1 - 0,6293 = 0,3707$$

$$0,3707 \cdot 100 = \mathbf{37,07\%}$$

**21. En una estación meteorológica que las precipitaciones anuales de lluvia tienen una media de 450 mm/m<sup>2</sup> con una desviación típica de 80mm/m<sup>2</sup>. Suponemos que la variable aleatoria sigue una distribución normal. Calcula la probabilidad de que: a) Este próximo año la precipitación exceda los 500 mm/m<sup>2</sup>. b) La precipitación este entre 400 y 510 mm/m<sup>2</sup>. c) La precipitación sea menor de 300 mm/m<sup>2</sup>.**

**Solución:**

$$\mu = 450 \text{ mm / m}^2; \quad \sigma = 80 \text{ mm / m}^2 \quad X \sim N(450, 80)$$

a)  $P(X \geq 500) \rightarrow Z \sim N(0,1)$

$$P\left(Z \geq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) \rightarrow P\left(Z \geq \frac{500 - 450}{80}\right) = P(Z \geq 0,625) = 1 - P(Z \leq 0,625) =$$

$$= 1 - 0,7324 = 0,2676$$

b)  $P(400 \leq X \leq 510) \rightarrow Z \sim N(0,1)$

$$P\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{400 - 450}{80} \leq Z \leq \frac{510 - 450}{80}\right) = P(-0,635 \leq Z \leq 0,75) =$$

$$= P(Z \leq 0,75) - P(Z \leq -0,625) = P(Z \leq 0,75) - (1 - P(Z \geq 0,625)) =$$

$$= 0,7734 - 0,2676 = 0,5058$$

c)  $P(x < 300) \rightarrow Z \sim N(0,1)$

$$P(Z < 300) = P\left(Z < \frac{300 - 450}{80}\right) = P(Z < -1,875) = 1 - P(Z < 1,875) =$$

$$= 1 - 0,9693 = 0,0307$$

22. En el caso del problema anterior de una  $N(450, 80)$  determina la probabilidad de que la variable esté en los intervalos  $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ ,  $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ ,  $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ .

A)  $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$

$$(450-80, 450+80) ; \quad P(370 \leq Z \leq 530) =$$

$$= P\left(\frac{370-450}{80} \leq Z \leq \frac{530-450}{80}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1)$$

$$P(Z \leq 1) = 0,8413 ; \quad P(Z \leq -1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

$$\text{Luego } P(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) = 0,8413 - 0,1587 = 0,6826$$

B)  $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$

$$(450-2 \cdot 80, 450+2 \cdot 80) ; \quad P(290 \leq Z \leq 610) =$$

$$= P\left(\frac{290-450}{80} \leq Z \leq \frac{610-450}{80}\right) = P(-2 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2)$$

$$P(Z \leq 2) = 0,9772 \quad P(Z \leq -2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

$$\text{Luego } P(\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma) = 0,9772 - 0,0228 = 0,9544$$

C)  $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$

$$(450-3 \cdot 80, 450+3 \cdot 80) ; \quad P(210 \leq Z \leq 690) =$$

$$= P\left(\frac{210-450}{80} \leq Z \leq \frac{690-450}{80}\right) = P(-3 \leq Z \leq 3) = P(Z \leq 3) - P(Z \leq -3)$$

$$P(Z \leq -3) = 1 - P(Z \leq 3) = 1 - 0,9987 = 0,0013 \quad P(Z \leq 3) = 0,9987$$

$$\text{Luego } P(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) = 0,9987 - 0,0013 = 0,9974$$

23.- En una fábrica de coches se hacen pruebas para conocer el tiempo que tardan sus vehículos en alcanzar la velocidad punta. Se considera que esa variable aleatoria tiempo se distribuye según una distribución normal de media 20 s y desviación típica 2 s. Calcula las probabilidades siguientes: a) Que un vehículo alcance su velocidad punta a los 25 s. b) Alcance su velocidad punta en menos de 25 s. c) La alcance entre 18 s y 22 s. d) ¿Qué velocidad punta consideras que tendrán los vehículos rápidos? e) ¿Y los lentos?

X: segundos necesarios para alcanzar la velocidad punta.

$$\mu = 20 \quad \sigma = 2$$

$$\text{a) } P(x = 25) \rightarrow P(24,5 \leq x' \leq 25,5) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow P\left(\frac{24,5-20}{2} \leq z \leq \frac{25,5-20}{2}\right) = P(2,25 \leq z \leq 2,75) = P(z \leq 2,75) - P(z \leq 2,25) = 0,9970 - 0,9878 = 0,0092$$

$$\text{b) } P(x \leq 25) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow P\left(z \leq \frac{25-20}{2}\right) = P(z \leq 2,5) = 0,9938$$

$$\text{c) } P(18 \leq x \leq 22) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow P\left(\frac{18-20}{2} \leq z \leq \frac{22-20}{2}\right) = P(-1 \leq z \leq 1) = P(z \leq 1) - P(z \leq -1) = P(z \leq 1) - [1 - P(z \leq 1)] = 0,8413 - (1 - 0,8413) = 0,8413 - 0,1587 = 0,6826$$

$$d) P(x \geq 20) = 1 - P(x \leq 20) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow 1 - P\left(z \leq \frac{20-20}{2}\right) = 1 - P(z \leq 0) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$e) P(x \leq 20) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow P\left(z \leq \frac{20-20}{2}\right) = P(z \leq 0) = \frac{1}{2}$$

24. Se lanza una moneda mil veces, ¿cuál es la probabilidad de que el número de caras obtenidas esté entre 400 y 600? ¿y de que sea mayor de 800?

$$a) x \rightarrow \text{salir cara} \quad n = 1000 \quad p = \frac{1}{2} \quad \mu = np = 1000 \cdot \frac{1}{2} = 500$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{1000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = 5\sqrt{10}$$

$$x \sim B\left(1000, \frac{1}{2}\right) \quad z \sim N(500, 5\sqrt{10})$$

$P(400 < x < 600) \rightarrow P(400,5 \leq x' \leq 599,5) \rightarrow \text{tipificamos}$

$$\rightarrow P\left(\frac{400,5 - 500}{5\sqrt{10}} \leq z \leq \frac{599,5 - 500}{5\sqrt{10}}\right) = P(-6,29 \leq z \leq 6,29) = P(z \leq 6,29) - P(z \leq -6,29)$$

$$= P(z \leq 6,29) - P(z \geq 6,29) = P(z \leq 6,29) - [1 - P(z \leq 6,29)] = 1 - 0 = 1$$

$$P(x > 800) = P(x' \geq 800,5) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow P\left(z \geq \frac{800,5 - 500}{5\sqrt{10}}\right) = P(z \geq 19) =$$

$$= 1 - P(z \leq 19) = 1 - 1 = 0$$

25. En una fábrica de bombillas de bajo consumo se sabe que el 70% de ellas tienen una vida media superior a 1000 horas. Se toma una muestra de 50 bombillas, ¿cuál es la probabilidad de que haya entre 20 y 30 cuya vida media sea superior a mil horas?, ¿y la probabilidad de que haya más de 45 cuya vida sea superior a 1000 horas?

X: bombilla cuya vida media es superior a 1000 horas.  $X \sim B(50, 0,7)$

$$n = 50 \quad p = \frac{70}{100} \quad \mu = np = 50 \cdot \frac{70}{100} = 35$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{50 \cdot \frac{70}{100} \left(1 - \frac{70}{100}\right)} = \frac{\sqrt{42}}{2}$$

$$a) P(20 < X < 30) \rightarrow P(20,5 \leq X' \leq 29,5) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow P\left(\frac{20,5-35}{\frac{\sqrt{42}}{2}} \leq Z \leq \frac{29,5-35}{\frac{\sqrt{42}}{2}}\right) =$$

$$P(-4,47 \leq z \leq -1,69) = P(z \leq -1,69) - (z \leq -4,47) = P(z \geq 1,69) - (z \geq 4,47) =$$

$$[1 - P(z \leq 1,69)] - [1 - P(z \leq 4,47)] = P(1 - 0,9545) - (1 - 1) = 0,0455 - 0 = 0,0455$$

$$b) P(x > 45) \rightarrow P(x' \geq 45,5) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow P\left(x \geq \frac{45,5-35}{\frac{\sqrt{42}}{2}}\right) = P(x \geq 3,24) = 1 -$$

$$P(x \leq 3,24) = 1 - 0,9994 = 0,0006$$

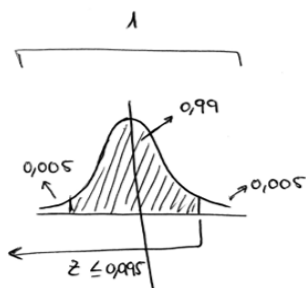
26.- Se investigan a pie de urna las preferencias de votos en la Comunidad de Madrid. De 2000 encuestas 700 votan al partido X. Cuantos tendrían que votar al partido estudiado para que ganara con un 99% de confianza.

$$n = 2000 \quad p = \frac{700}{2000} \quad k = n^{\circ} \text{ de votos} \quad P(X = k) = 0,99 \quad X \sim B\left(2000, \frac{7}{20}\right)$$

$$\binom{2000}{k} \cdot \left(\frac{7}{20}\right)^k \cdot \left(\frac{13}{20}\right)^{2000-k} = 0,99$$

$$\mu = np = 2000 \cdot \frac{7}{20} = 700; \quad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{2000 \cdot \frac{7}{20} \cdot \frac{13}{20}} = \sqrt{455}; \quad Z \sim N(700, \sqrt{455})$$

$$P(X = k) \rightarrow P(k - 0,5 \leq X' \leq k + 0,5) \rightarrow \text{tipificamos} \rightarrow P\left(\frac{k - 0,5 - 700}{\sqrt{455}} \leq Z \leq \frac{k + 0,5 - 700}{\sqrt{455}}\right) = 0,99$$



$$0,995 = P(Z \leq 2,575) = P\left(Z \leq \frac{k + 0,5 - 700}{\sqrt{455}}\right);$$

$$\frac{k + 0,5 - 700}{\sqrt{455}} = 2,575;$$

$$k = (2,575 \cdot \sqrt{455}) + 700 - 0,5 = 754,43$$

$k =$

754,43

Deben votar al partido 755 personas o más.

**64. En el control de calidad de un gran lote de artículos manufacturados, se estima que el 12% de los artículos tiene algún defecto. Si se examinan 10 artículos del lote, calcula la probabilidad de que no se obtengá más de un artículo defectuoso:**

- a) Mediante la distribución binomial.
- b) Mediante la aproximación normal a la distribución binomial
- c) Comenta la diferencia obtenida en los apartados anteriores..

Sea la variable aleatoria  $X$ : "número de artículos, de los 10 elegidos, que tiene algún defecto".  
 $X$  tiene una distribución de probabilidad  $\text{Bin}(n = 10, p = 0,12)$

a) Calculando directamente con las probabilidades de la binomial

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{10}{0} 0,88^{10} + \binom{10}{1} 0,12 \cdot 0,88^9 = 0,2785 + 0,3798 = 0,6583$$

b) Utilizando la aproximación por la variable aleatoria  $Y \sim N(\mu = 1,2; \sigma = 1,028)$  ya que:

$$\mu = np = 10 \cdot 0,12 = 1,2 \quad \text{y} \quad \text{Var}(X) = np(1-p) = 10 \cdot 0,12 \cdot 0,88 = 1,56 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1,56} = 1,028$$

$$P(X \leq 1) \approx P(Y \leq 1,5) = P\left(Z \leq \frac{1,5 - 1,2}{1,028}\right) = P(Z \leq 0,29) = \Phi(0,29) = 0,6141$$

c) Se puede ver que la aproximación obtenida en el apartado b) no es muy buena, debido a que se tienen pocas observaciones (solo 10) y a que la probabilidad  $p = 0,12$ , está alejada de 0,5.

**65. El encargado de una plantación de chopos asegura que, en este momento, el diámetro de los árboles sigue una distribución normal de media 20 cm y que el 90 % de ellos tiene un diámetro inferior a 25 cm.**

- a) Calcula la desviación típica de la distribución.
- b) Calcula la probabilidad de que un árbol tenga más de 22 cm de diámetro.

a) Sea la variable aleatoria  $X$ : "diámetro, en cm, de los árboles de la plantación". Se sabe que  $X \sim N(\mu = 20; \sigma)$ .  
 Como  $P(X < 25) = 0,9$ , entonces, tipificando:

$$P(X < 25) = P\left(Z < \frac{25 - 20}{\sigma}\right) = 0,9 \Rightarrow \frac{5}{\sigma} = 1,282 \Rightarrow \sigma = 3,9$$

b) Con la desviación típica calculada en el apartado anterior:

$$P(X > 22) = P\left(Z > \frac{22 - 20}{3,9}\right) = P(Z > 0,5128) = 1 - P(Z < 0,51) = 1 - 0,6950 = 0,3050$$

**66. En cierto hospital se realizan al mes 50 intervenciones quirúrgicas de alto riesgo. La cuarta parte de las mismas, por término medio, presenta complicaciones y, en ese caso, es preciso disponer de plasma adicional cuya vida útil es de un mes.**

**Calcula la reserva de bolsas de plasma que es preciso tener para cubrir el 90 % de los meses las complicaciones que se pudieran presentar.**

Sea la variable aleatoria  $X$ : "número de bolsas de plasma adicional" (número de operaciones de alto riesgo con complicaciones). Su distribución de probabilidad es  $X \sim \text{Bin}(n = 50; p = 0,25)$ , y su esperanza y varianza son respectivamente:

$$E[X] = np = 50 \cdot 0,25 = 12,5 \qquad \text{Var}(X) = npq = 50 \cdot 0,25 \cdot 0,75 = 9,375$$

La distribución de  $X$  puede aproximarse por la de una variable aleatoria normal:  $Y \sim N(\mu = 12,5; \sigma = \sqrt{9,375})$ .

De modo que si se llama  $c$  a la cantidad de bolsas de plasma adicionales que se necesitarán para cubrir con probabilidad 0,9 las demandas, se plantea:

$$P(X \geq c) \approx P(Y \geq c - 0,5) = 0,9 \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{c - 0,5 - 12,5}{\sqrt{9,375}}\right) = 0,9$$

Es decir,

$$1 - \Phi\left(\frac{c - 13}{3,062}\right) = 0,9 \Rightarrow \frac{c - 13}{3,062} = -1,28 \Rightarrow c = 9,08$$

Se precisarán entre 9 y 10 bolsas adicionales para tener cubiertas las necesidades en el 90% de los meses.

**68. El cociente de inteligencia es una variable aleatoria con distribución  $N(\mu = 100, \sigma = 16)$ .**

- a) Calcula la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga un cociente superior a 115.
- b) Si se escoge una muestra de 85 individuos, ¿cuántos se espera que tengan un cociente inferior a 95?
- c) Si se sabe que una persona tiene un cociente superior a 100, calcula la probabilidad de que su cociente sea mayor de 120.

a) La probabilidad pedida se obtiene de la siguiente manera:

$$P(X > 115) = P\left(Z > \frac{115-100}{16}\right) = P(Z > 0,9375) = 1 - P(Z < 0,9375) = 1 - \Phi(0,94) = 1 - 0,8264 = 0,1736$$

b) Calculamos primero la siguiente probabilidad

$$P(X < 95) = P\left(Z < \frac{95-100}{16}\right) = P(Z < -0,3125) = 1 - P(Z \geq -0,3125) = 1 - \Phi(0,32) = 1 - 0,6255 = 0,3745.$$

Por tanto, aproximadamente el 37,45% de los 85 individuos (31,83) tendrán un cociente inferior a 95, esto es, unos 32 individuos.

c) En este caso, se trata de una probabilidad condicionada.

$$P(X > 120 | X > 100) = \frac{P(X > 120)}{P(X > 100)} = \frac{0,1056}{0,5} = 0,2113$$

Donde la probabilidad del numerador se ha obtenido como sigue

$$P(X > 120) = P\left(Z > \frac{120-100}{16}\right) = P(Z > 1,25) = 1 - P(Z < 1,25) = 1 - 0,8944 = 0,1056$$

**69. La anchura de las hojas de una especie de árbol siguen una distribución normal de media  $\mu = 4$  cm. Además, se ha observado experimentalmente que la anchura del 90 % de las hojas es inferior a 5 cm.**

- a) Halla la varianza de la distribución.
  - b) Calcula la probabilidad de que la anchura de una hoja elegida al azar sea mayor de 6 cm.
  - c) ¿Cuál es la anchura máxima de las hojas que se encuentran entre el 30% con menor anchura?
- a) Considerando la variable aleatoria  $X$ : "anchura de las hojas, en cm", cuya distribución es  $N(\mu = 4; \sigma)$ , con  $\sigma$  desconocida; se sabe que, elegida una hoja al azar,  $P(X < 5) = 0,9$ .

Para el cálculo de la varianza se plantea:

$$P(X < 5) = 0,9 \Rightarrow P\left(Z < \frac{5-4}{\sigma}\right) = 0,9 \Rightarrow \Phi\left(\frac{1}{\sigma}\right) = 0,9 \Rightarrow \frac{1}{\sigma} = 1,281 \Rightarrow \sigma = 0,7806$$

Luego, la varianza es  $\sigma^2 = 0,6093$

b) Con los datos disponibles,  $P(X > 6) = P\left(Z > \frac{6-4}{0,7806}\right) = P(Z > 2,56) = 1 - \Phi(2,56) = 1 - 0,9948 = 0,0052$

c) Necesitamos localizar la anchura  $a$  tal que  $P(X \leq a) = 0,3$ , esto es:

$$P(X \leq a) = P\left(Z \leq \frac{a-4}{0,7806}\right) = 0,3 \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{a-4}{0,7806}\right) = 0,7 \Rightarrow P\left(Z \leq -\frac{a-4}{0,7806}\right) = 0,7 \Rightarrow \frac{4-a}{0,7806} = 0,525$$

Por tanto,  $a = 4 - 0,525 \cdot 0,7806 = 3,59$ .

La anchura máxima que tendrá el 30 % de menor anchura es 3,59 cm.