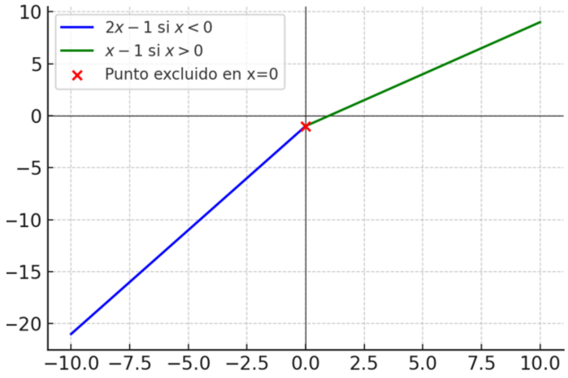
4. FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

24. Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & Si\ x < 0 \\ x - 1\ , & Si\ x > 0 \end{cases}$

Los 2 trozos corresponden a rectas.
Damos valores a x:
x = -5 ,   f(-5) = 2·(-5) – 1 = -11
x = 0 ,   f(0) = 2·0 – 1 = - 1

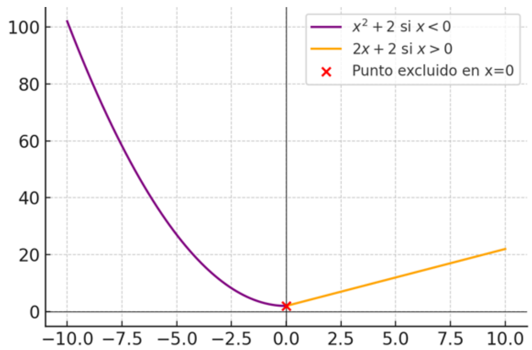
x = 0 ,   f(0) = 0 – 1 = -1
x = 5 ,   f(5) = 5 – 1 = 4
Aunque 0 no pertenece al dominio lo sustituimos para ver su valor en los trozos.



25. Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & Si\ x < 0 \\ 2x + 2\ , & Si\ x > 0 \end{cases}$

Para x < 0 , la gráfica es una parábola como x^2 desplazada 2 unidades hacia arriba, para x = 0 , f(0) = 2

Para x > 0 la gráfica es una recta.
Damos valores a x:
x = 0 , f(0) = 2·0 + 2 = 2
x = 5 , f(5) = 2·5 + 2 =12



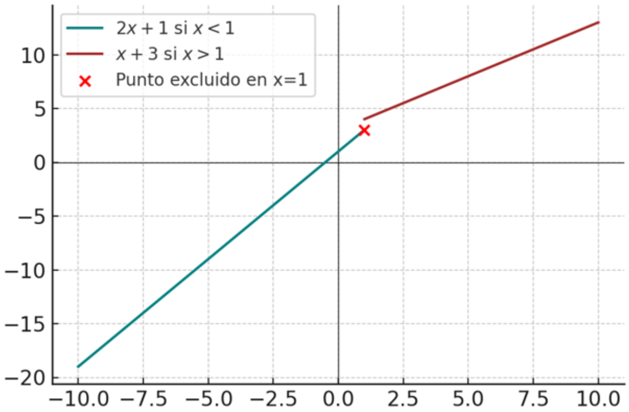
26. Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & Si\ x < 1 \\ x + 3\ , & Si\ x > 1 \end{cases}$

Los 2 trozos corresponden a rectas.
Damos valores a x:

x = -5 ,   f(-5) = 2·(-5) + 1 = -9
x = 1 ,   f(1) = 2·1 + 1 = 3

x = 1 ,   f(1) = 1 + 3 = 4
x = 5 ,   f(1) = 5 + 3 = 8

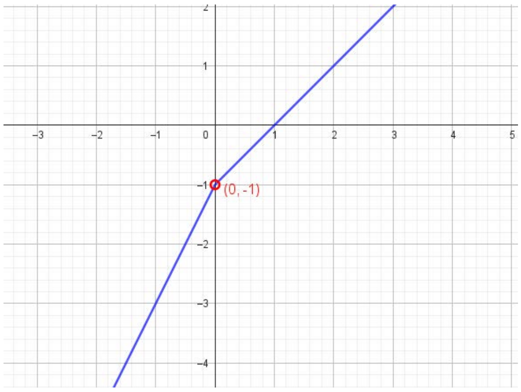
Aunque 1 no pertenece al dominio lo sustituimos para ver su valor en los trozos.



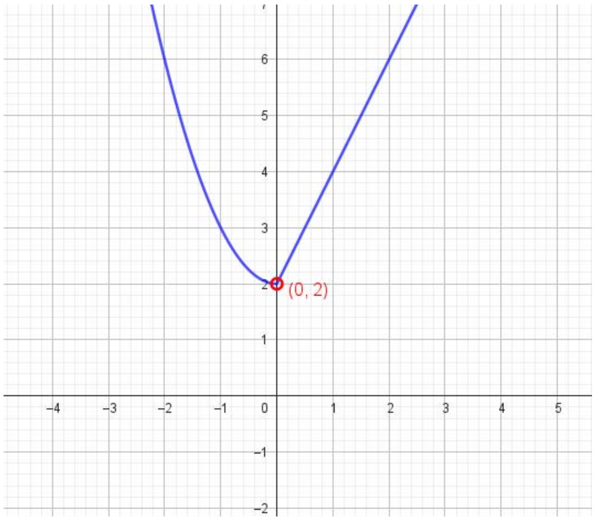
Textos Marea Verde

27. Utiliza GeoGebra para comprobar tus anteriores representaciones:

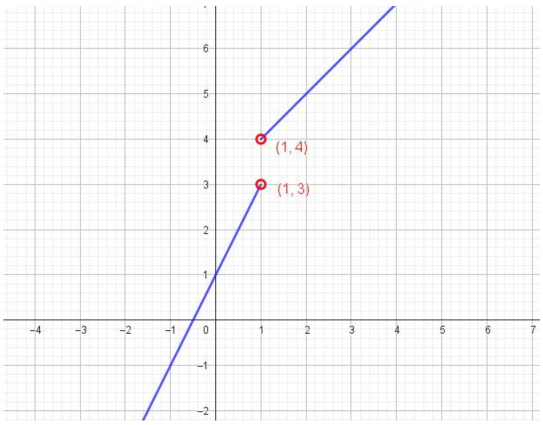
a) $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & Si\ x < 0 \\ x - 1\ , & Si\ x > 0 \end{cases}$



b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & Si\ x < 0 \\ 2x + 2\ , & Si\ x > 0 \end{cases}$

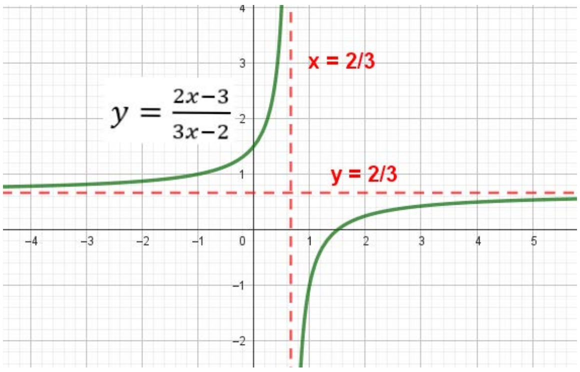


c) $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & Si\ x < 1 \\ x + 3\ , & Si\ x > 1 \end{cases}$

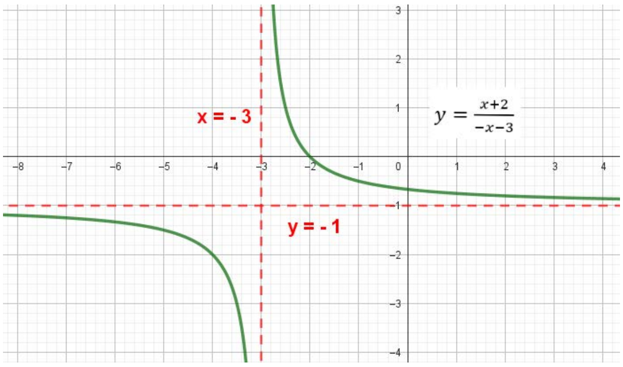


Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

$c)\ y = \frac{2x-3}{3x-2} = \frac{-\frac{13}{3}}{3x-2} + \frac{2}{3}$



$d)\ y = \frac{x+2}{-x-3} = \frac{-1}{-x-3} - 1 = \frac{1}{x+3} - 1$

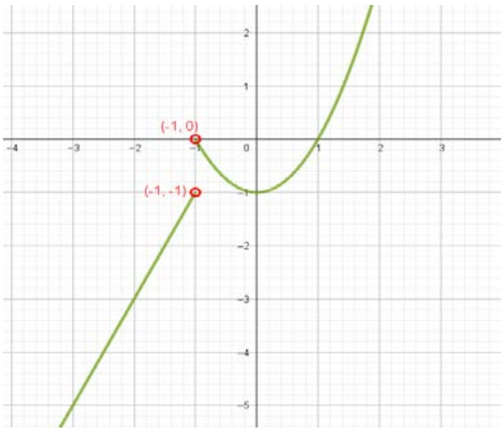


Funciones definidas a trozos

21. Representa gráficamente la función: $\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} 2x+1, & Si\ x < -1 \\ x^2 - 1 & Si\ x > -1 \end{cases}}$

Para x < -1 la gráfica es una recta.
Damos valores a x:
x = -2 , f(-2) = 2·(-2) + 1 = -3
x = -1 , f(-1) = 2·(-1) + 1 = -1

Para x > -1 , la gráfica es una parábola como x^2 desplazada 1 unidad hacia abajo, para x = -1 , f(-1) = 0
Aunque – 1 no pertenece al dominio, sustituimos para ayudar en la representación.



22. Determina los puntos de intersección con los ejes coordenados de la función:

$$\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} x+1 & Si\ x < 2 \\ x+2 & Si\ \ x > 2 \end{cases}}$$

$Para\ \boldsymbol{x < 2}\ ,\ f(x) = x + 1\ \rightarrow f(0) = 0 + 1 = 0$

o Intersección eje Y: (0,1)

$f(x) = x + 1 = 0\ \rightarrow x = -1$

o Intersección eje x: $(-1{,}0)$

$Para\ x > \boldsymbol{2}$

o Intersección eje Y: no tiene pues x es > 2

$f(x) = x + 2 = 0\ \rightarrow x = -2$

o Intersección eje x: no tiene pues x es > 2

Textos Marea Verde

23. Indica los intervalos donde la función es creciente: $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & Si\ x<2 \\ -x^2+4, & Si\ x>2 \end{cases}$

$Para\ \boldsymbol{x<2}\ ,\ \ f(x)=x^2+1$

Es una **parábola con concavidad hacia arriba** (porque el coeficiente de x^2 es positivo) la gráfica es igual que la de x^2 desplazada 1 unidad hacia arriba, luego el vértice es el (0, 1).

Sabemos que las parábolas con forma de "U" **decrecen** a la izquierda de su vértice y **crecen** a la derecha.

- $Decreciente: (-\infty, 0)$
- $Creciente: \quad (0,2)$

$Para\ \boldsymbol{x>2}\ \ f(x)=-x^2+4$

Es una **parábola con concavidad hacia** abajo (porque el coeficiente de x^2 es negativo) la gráfica es igual que la de $-x^2$ desplazada 4 unidades hacia arriba, luego el vértice es el (0, 4).

Sabemos que las parábolas con forma de "∩" **crecen** a la izquierda de su vértice y decrecen a la derecha.

Sería creciente en $(-\infty, 0)$ pero esta rama está definida para x > 2.

Por tanto la función es $\boldsymbol{Creciente\ en\ (0,2)}$

24. Representa gráficamente la función $f(x)=\begin{cases} 3x-2 & Si\ x<1 \\ \frac{1}{x} & Si\ x>1 \end{cases}$**:**

Para x < 1 la gráfica es una recta.
Damos valores a x:
x = 0 , f(0) = 3·0 – 2 = – 2
x = 1 , f(1) = 3·1 – 2 = 1

Para x > 1 , la gráfica es la hipérbola básica
Para x = 11 , f(1) = 1

Aunque 1 no pertenece al dominio, sustituimos para ayudar en la representación.