

FUNCIONES MATEMÁTICAS

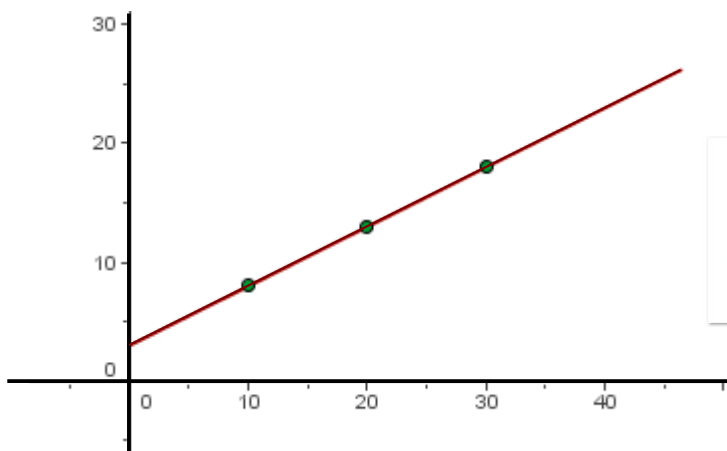
Una **función “f”** es una relación entre dos magnitudes, de tal manera que a cada valor “a” de la primera, le corresponde como máximo un **único** valor de la segunda, llamada imagen de a “f(a)”.

Ejemplo: El precio de un viaje en taxi viene dado por: $f(x) = 3 + 0'5x$
 Siendo x la longitud del trayecto del viaje en km, y f(x) el resultado a pagar en euros.
 También es habitual escribir la función como una ecuación: $y = 3 + 0'5x$,
 La imagen de 10 es 8, y escribiremos $f(10) = 8$, o que para $x=10$, $y=8$,
 ya que si sustituyo la x por 10: $f(10) = 3 + 0'5 \cdot 10 = 3 + 5 = 8$

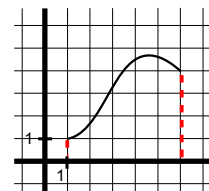
Como podemos observar la **función relaciona dos variables, x e y**:
x es la variable independiente (los km recorridos hasta el destino)
y = f(x) es la variable dependiente (precio que depende de los km del trayecto).

Las funciones se representan sobre unos ejes cartesianos para estudiar mejor su comportamiento.

x	10	20	30	...valores en el eje de abscisas
$f(x) = 3 + 0'5x$	8	13	18	...su valor en el eje de ordenadas



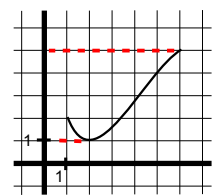
El **dominio de una función -D(f)-** está formado por todos los valores de la variable independiente que tienen imagen. Coincide con la proyección de la gráfica sobre el eje de abscisas.



$$D(f) = [1,6]$$

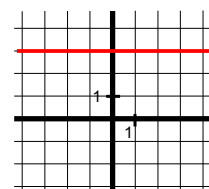
El **recorrido de una función -R(f)-** está formado por todos los valores de la variable dependiente que son imagen. Coincide con la proyección de la gráfica sobre el eje de ordenadas.

$$R(f) = [1,5]$$



Una **función es constante en un intervalo** si todos los valores del mismo tienen la misma imagen:

Si “a” y “b” son del intervalo, $f(a) = f(b)$

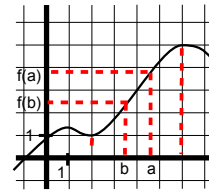


$$f(1) = f(2) = f(3) = \dots$$

$$\dots = f(a) = 3$$

para cualquier “a”

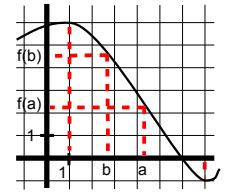
Una **función es creciente en un intervalo** si para todo par de valores del mismo, la imagen del mayor supera a la del menor:
Si $a > b$ dentro del intervalo $\rightarrow f(a) > f(b)$



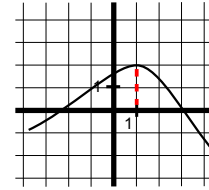
En (2,6) es creciente, ya que en (2,6) si $a > b$, $f(a) > f(b)$

Una **función es decreciente en un intervalo** si para todo par de valores del mismo, la imagen del menor supera a la del mayor:
Si $a > b$ dentro del intervalo $\rightarrow f(a) < f(b)$

En (1,7) es decreciente, ya que en (1,7) si $a > b$, $f(a) < f(b)$



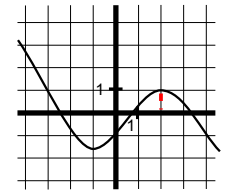
La **función tiene un máximo absoluto en "a"** si su imagen -f(a)- es mayor que cualquier otra imagen:
 $f(a) > f(b)$ para cualquier otro valor "b" del dominio



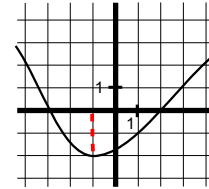
$f(1) = 2 > f(b)$ para cualquier "b"

La **función tiene un máximo relativo en "a"** si su imagen -f(a)- es mayor que cualquier otra imagen de su entorno:
 $f(a) > f(b)$ para cualquier otro valor "b" cercano a "a"

$f(2) = 1 > f(b)$ para cualquier "b" cercano a 2



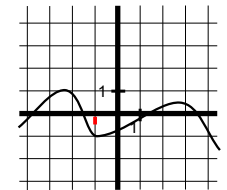
La **función tiene un mínimo absoluto en "a"** si su imagen -f(a)- es menor que cualquier otra imagen:
 $f(a) < f(b)$ para cualquier otro valor "b" del dominio



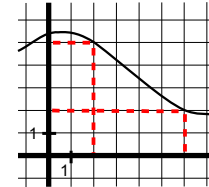
$f(-1) = -2 < f(b)$ para cualquier "b"

La **función tiene un mínimo relativo en "a"** si su imagen -f(a)- es menor que cualquier otra imagen de su entorno:
 $f(a) < f(b)$ para cualquier otro valor "b" cercano a "a".

$f(-1) = -1 < f(b)$ para cualquier "b" cercano a -1



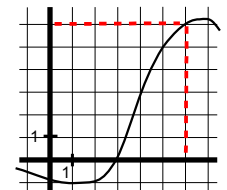
La **tasa de variación** entre dos valores es la diferencia entre la imagen del mayor y la del menor:
 $TV[a,b] = f(b) - f(a)$



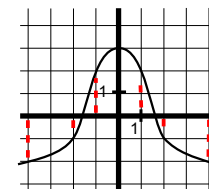
$TV[3,6] = f(6) - f(3) = 2 - 5 = -3$

La **tasa de variación media** entre dos valores es la diferencia entre la imagen del mayor y la del menor, dividido entre la distancia que separa ambos valores:
 $TVM[a,b] = (f(b) - f(a)) / (b - a)$

$TVM[3,6] = \frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} = \frac{2 - 5}{3} = -1$



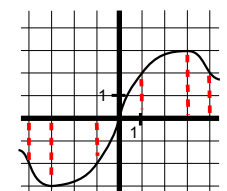
Una **función es simétrica respecto al eje de ordenadas o PAR** cuando los valores opuestos siempre tienen la misma imagen:
Para todo valor "a" del dominio $\rightarrow f(a) = f(-a)$



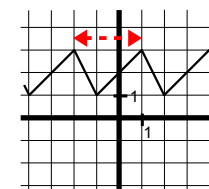
$f(1) = 2$ $f(-1) = 2$
 $f(2) = -1$ $f(-2) = -1$
 $f(4) = -2$ $f(-4) = -2$

Una **función es simétrica respecto del origen o IMPAR** cuando los valores opuestos siempre tienen imágenes opuestas:
Para todo valor "a" del dominio $\rightarrow f(a) = -f(-a)$

$f(1) = 2$ $f(-1) = -2$
 $f(3) = 3$ $f(-3) = -3$
 $f(4) = 2$ $f(-4) = -2$



Una **función es periódica** cuando sus imágenes se repiten cada cierto intervalo, de longitud "T", llamada **periodo**:
Para todo valor "a" del dominio $\rightarrow f(a) = f(a+T)$



$T=3$; $f(a) = f(a+3)$
 $f(-4) = f(-1) = \dots = 1$
 $f(1) = f(4) = f(7) = 3$