

TEOREMA DEL RESTO

Al dividir un polinomio $P(x)$ entre $x-a$ obtenemos de resto $P(a)$:

$$\begin{array}{r} P(x) \\ \underline{x-a} \\ R=P(a) \end{array} \quad C(x)$$

Ejemplo: Sea $P(x) = x^3 - 2x + 3$ y $x-2$ ($a=2$)

Divido:

1	0	-2	3
2		2	4
	1	2	2

7 = Resto

Por otro lado: $P(2) = 2^3 - 2 \cdot 2 + 3 = 8 - 4 + 3 = 7 = P(2)$

TEOREMA DEL FACTOR

$$P(a) = 0$$

$x-a$ es un factor (divisor) de $P(x)$

"a" es una raíz de $P(x)$

Todo queda relacionado

$P(x) : (x-a)$ tiene resto 0

"a" es solución de la ecuación $P(x)=0$

Ejemplo: Sea $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ y $x+2$ ($a=-2$)

$$P(-2) = (-2)^3 + 4(-2)^2 + (-2) - 6 = -8 + 16 - 2 - 6 = 0$$

$x+2$ es un factor (divisor) de $P(x)$

-2 es una raíz de $P(x)$

-2 es solución de la ec.:
 $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$

1	4	1	-6
-2		-2	6
	1	2	-3

0 = Resto

El teorema del factor nos abre la posibilidad de factorizar polinomios de una forma relativamente sencilla, o resolver ecuaciones de grado 3 y superiores.

Cuando lo intentemos, **lo primero** que debemos hacer es **sacar factor común** en el polinomio, tanto de la parte literal como de los coeficientes.

En segundo lugar, si sigue quedándonos un polinomio de grado superior a 1, **probamos por Ruffini las posibles raíces enteras** que tenga, teniendo en cuenta que los únicos candidatos posibles son aquellos valores **que sean divisores del término independiente**.

Ejemplo: Resolvamos la ecuación $3x^6 - 3x^3 = 12x^4 - 6x^2$

Para empezar, debemos juntar el polinomio en un miembro, no dejando nada en el otro:

$$3x^6 - 12x^4 - 3x^3 + 6x^2 = 0$$

Ahora sacamos factor común:

$$3x^2 \cdot (x^4 - 4x^2 - x + 2) = 0$$

Factorizamos el polinomio de los paréntesis. Los candidatos son los divisores de 2:

1	1	0	-4	-1	2
1		1	1	-3	-4
1	1	1	-3	-4	-2

-2	1	0	-4	-1	2
-2		-2	4	0	2
1	-2	0	-1	4	

Ni 1 ni -2 sirven, ya que el resto no es 0. Pero...

-1	1	0	-4	-1	2
-1		-1	1	3	-2
1	-1	-3	2	0	
2		2	2	-2	
1	1	-1	0		



No conseguiré resto cero si sigo probando con 2 o -1.

Sin embargo, ya tenemos dos raíces (soluciones). Nuestra ecuación inicial ha quedado:

$$3x^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x^2 + x - 1) = 0$$

Si todos esos factores multiplicados resultan dar cero:

$$0: 3x^2 = 0 \longrightarrow x_1 = 0$$

$$\dots 0: x + 1 = 0 \longrightarrow x_2 = -1$$

$$\dots 0: x - 2 = 0 \longrightarrow x_3 = 2$$

$$\dots 0: x^2 + x - 1 = 0 \longrightarrow x_4 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_5 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$