

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Halla paso a paso: $(-5 + 4 \cdot (-2) + 7) : (7 - (3 - 4) \cdot (-1))$

Solución: -1.

2. Ordena de menor a mayor: $\frac{8}{9}; -\frac{8}{9}; \frac{4}{5}; \frac{38}{45}; \frac{77}{90}; -\frac{9}{8}$

Solución: $-\frac{9}{8} < -\frac{8}{9} < \frac{4}{5} < \frac{38}{45} < \frac{77}{90} < \frac{8}{9}$.

3. Indica razonadamente qué fracción es mayor: a) $\frac{102}{101}$ y $\frac{98}{99}$ b) $\frac{98}{99}$ y $\frac{97}{98}$ c) $\frac{-102}{101}$ y $\frac{-103}{102}$

Solución: a) $\frac{102}{101} > \frac{98}{99}$; b) $\frac{98}{99} > \frac{97}{98}$; c) $\frac{-102}{101} < \frac{-103}{102}$.

4. Demuestra que $4.999... = 5$. Generaliza: ¿Cuánto vale $n.999...$?

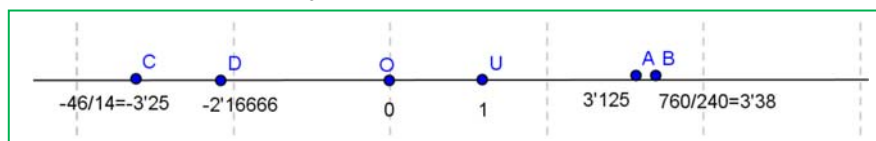
Solución: $49 - \frac{4}{9} = \frac{45}{9}$; $n + 1$.

5. Pasa a forma mixta: $\frac{16}{9}; \frac{152}{6}; -\frac{17}{5}; -\frac{23}{4}$

Solución: $1\frac{7}{9}$; $25\frac{1}{3}$; $-3\frac{2}{5}$; $-5\frac{3}{4}$.

6. Representa de forma exacta en la recta numérica: $\frac{760}{240}$; 3.125 ; $-\frac{46}{14}$; $-2.1666...$

Solución gráfica:



7. Simplifica:

a) $\frac{2 \cdot 7 \cdot 15}{21 \cdot 10}$ b) $\frac{10 + 6}{10 - 2}$ c) $\frac{2 \cdot 3 + 4}{2 \cdot 5 + 10}$

Solución: a) 1; b) 2; c) 1/2.

8. Halla la fracción que cae justo en medio de $\frac{3}{2}$ y $\frac{9}{4}$ en la recta numérica. **Pista:** La media aritmética $\frac{a+b}{2}$ Representa las 3 fracciones en la recta numérica.

Solución: $\frac{21}{8}$.

9. La media armónica se define como $H(a, b) = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, el inverso de la media aritmética de los inversos.

a) Demuestra que $H(a, b) = \frac{2ab}{a+b}$

b) Halla $H\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{3}\right)$

Solución: a) $\frac{2ab}{a+b}$; b) $\frac{66}{31}$.

10. Halla la fracción inversa de $3 + \frac{4}{5} : \frac{6}{10}$

Solución: $\frac{3}{13}$

11. Opera y simplifica: $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{7}{2}$

Solución: 1

12. Resuelve paso a paso: $\frac{\frac{3}{5} - \frac{2}{5}}{\frac{3}{5} : \left(\frac{1}{6} - 2\right)}$

Solución: 0

13. Calcula las dos terceras parte de la sexta parte del 80 % de 900.

Solución: 80

14. Halla el número tal que sus cuatro tercios valen 520.

Solución: 390

15. ¿Cuántos botes de tres octavos de litro puedo llenar con 12 litros?

Solución: 32 botes

16. Calcula la fracción por la que hay que multiplicar 450 para obtener 720.

Solución: $8/5$

17. Si 100 pulgadas son 254 cm: a) Halla el largo en centímetros de una televisión si la altura son 19.2 pulgadas y largo/alto = $4/3$; b) Igual pero ahora largo/alto = $16/9$

Solución: a) 65.024 cm. b) 86.698 666 ... cm

18. Si en una clase el 77.777... % de los alumnos aprueban y hay más de 30 alumnos, pero menos de 40, ¿cuántos alumnos son y cuántos aprueban?

Solución: Son 36 alumnos y aprueban 28

19. Tres peregrinos deciden iniciar un viaje de 8 días. El primero de los peregrinos aporta 5 panes para el camino, el segundo peregrino, 3 panes, y el tercero no aporta ninguno, pero promete pagarles a sus compañeros al final del viaje por el pan que haya comido. Cada uno de los días que duró el viaje, a la hora de comer sacaban un pan de la bolsa, lo dividían en tres pedazos y cada peregrino se comía un pedazo. Cuando llegaron a su destino, el caminante que no había aportado ningún pan sacó 8 monedas y las entregó a sus compañeros: 5 monedas para el que había puesto 5 panes y 3 monedas para el que había contribuido con 3 panes. ¿Podrías explicar por qué este reparto de monedas no es justo? ¿Cuál sería el reparto justo? (Problema de la Olimpiada de Albacete).

Solución: El de los 5 panes cobrará $7/3$ y el de los 3 panes $1/3$.

20. Aproxima los números 32567 y 1,395 con 2 cifras significativas y di en cuál se comete menor error relativo.

Solución: 33000, Er = 1.33%; 1.4; Er = 0.36%. Menor error relativo.

21. π no puede representarse mediante una fracción de enteros, pero ¿puedes hallar una fracción que lo aproxime con 5 cifras significativas?

Solución: $3927/1250$.

22. Aproximamos π por: a) Simplifica hasta una fracción impropia irreducible; $3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}}$ b) Halla el error absoluto y el error relativo.

Solución: a) $355/113$; b) Er = $8.5 \cdot 10^{-6} \%$.

23. ¿Cuántas botellas de $3/4$ de litro necesito para tener la misma cantidad que en 60 botellas de $3/5$ de litro?

Solución: 48 botellas

24. Halla un número entero no nulo de tal forma que: su mitad, su tercera parte, su cuarta parte, su quinta parte, su sexta parte y su séptima parte sean números enteros.

Solución: 420

25. A la unidad le quito sus 2 quintas partes. ¿Por qué fracción hay que multiplicar el resultado para llegar otra vez a la unidad?

Solución: $5/3$

26. Halla la fracción resultante: a) Quito 1 tercio de lo que tengo y luego añado 1 tercio de lo que queda; b) Añado 1 tercio de lo que tengo y después quito 1 tercio del resultado.

Solución: a) $8/9$; b) $8/9$.

27. Estás aburrido y decides jugar a lo siguiente: Avanzas un metro en línea recta, retrocedes la mitad, avanzas la mitad de lo que has retrocedido en el último paso, retrocedes la mitad de lo que has avanzado en el último paso, ... Si lo haces muchas, pero que muchas veces, ¿cuánto avanzas en total? $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \dots =$

Solución: $2/3$ de metro.

28. Darío da pasos de $3/5$ de metro, su perro Rayo da pasos de $1/4$ de metro. Si ambos van a igual velocidad y Rayo da 360 pasos por minuto, ¿cuántos pasos por minuto dará Darío?

Solución: 150 pasos.

29. La figura de al lado es un "Tamgran".

a) Halla la fracción que se corresponde con cada una de las 7 piezas.

b) Si el lado del cuadrado es de 20cm, halla el área de cada pieza.

Solución: El área del cuadrado es de 400 cm^2 . Amarillo: $1/4$, 100 cm^2 ; Rojo: $1/4$, 100 cm^2 ; Lila: $1/16$, 25 cm^2 ; Negro: $1/16$, 25 cm^2 ; Azul: $1/8$, 50 cm^2 ; Verde: $1/8$, 50 cm^2 ; Anaranjado: $1/8$, 50 cm^2 .



30. Si el lado del cuadrado es de 4 cm halla la fracción y el área de la zona coloreada:

Solución: a) $1/4$; 4 cm^2 ; b) $16/5$; 3.2 cm^2 ; c) $3/20$; 2.4 cm^2 .



31. Calcula: a) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} : \frac{1}{3}\right)^2 + \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2$ b) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{2} : \frac{3}{4}\right)^3 + \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2$ c) $\frac{8}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 1\right)^3$

Solución: a) $63/4$;

b) $25/4$;

c) $47/8$.