

RESUMEN

	POTENCIAS Y RAÍCES	Ejemplos
Producto y cociente de potencias	En el producto de potencias con la misma base se suman los exponentes. En el cociente se restan los exponentes Con el mismo exponente: En el producto, se multiplican las bases y se eleva el resultado al mismo exponente. En el cociente se dividen las bases y se eleva el resultado al mismo exponente	$(-5)^4 \cdot (-5)^2 = (-5)^6$ $3^2 : 3^7 = 3^{-5}$ $2^5 \cdot 7^5 = 14^5$ $(-5)^3 : (4)^3 = (-5/4)^3$
Potencia de un producto y de un cociente	La potencia de un producto es igual al producto de cada uno de los factores elevados a dicha potencia $(a \cdot b \cdot c \cdot d)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \cdot d^n$ La potencia de un cociente es igual al cociente del dividendo y el divisor elevados a dicha potencia $c^m : c^n = c^{m-n}$	$(5 \cdot 2 \cdot 3)^4 = 5^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4$ $(-7/2)^6 = 7^6 / (-2)^6$
Potencia de otra potencia	$((d)^m)^n = d^{m \cdot n}$	$((-4)^3)^5 = (-4)^{15}$
Potencia de base racional	$(a/b)^n = a^n/b^n$	$(6/5)^2 = 6^2/5^2$
Potencia de exponente negativo	$a^{-n} = 1/a^n$	$8^{-3} = 1/8^3$
Notación científica: operaciones	$a \cdot 10^{\pm n}$ siendo $1 \leq a \leq 9$. + n para grandes números -n para pequeños números	$320\,000\,000 = 3.2 \cdot 10^8$ $0.0000000009 = 9 \cdot 10^{-10}$
Radicales: raíces de índice cualquiera	$\sqrt{49} = 7$; $\sqrt[3]{-216} = -6$; $\sqrt[3]{64} = 4$; $\sqrt[4]{81} = 3$; $\sqrt[5]{-32} = -2$	
Potencias de exponente racional	Una potencia con exponente racional puede expresarse en forma de raíz cuyo índice es el denominador del exponente y el radicando queda elevado al numerador del exponente: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$	$8^{2/5} = \sqrt[5]{8^2}$
Extracción de factores de un radical	Si $m = n \cdot c + r$ entonces $\sqrt[n]{a^m} = a^c \cdot \sqrt[n]{a^r}$	$\sqrt[3]{8^7} = 8^2 \cdot \sqrt[3]{8}$
Operaciones con radicales	$\sqrt[n]{x \cdot y \cdot z} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} \cdot \sqrt[n]{z}$; $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$	$\sqrt[4]{5 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{2}$ $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{1}{3}$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS**Potencias**

1. Expresa en forma de única potencia:

- a) $2^5 \cdot (-3)^5 \cdot (-1)^5$
- b) $(-1)^3 \cdot (-1)^8 \cdot (1)^5$
- c) $4^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^3 \cdot 5^3$
- d) $(-5)^2 \cdot (-5)^4 \cdot (5)$
- e) $(-9)^2 \cdot 9^3 \cdot 9^4 \cdot 9$
- f) $(-18)^4 : (-3)^4$
- g) $(6)^5 : (6)^2$
- h) $(-3)^2 : (-3)^4$

2. Expresa en forma de única potencia:

- a) $\frac{4^2 \cdot 4^3 \cdot 4}{5^6 \cdot (-1)^6}$
- b) $[(2)^7 : (-3)^7] \cdot (-4)^3 \cdot (-4)^4$
- c) $\frac{[-2^4 \cdot (-3)^4 \cdot 6^4]^3 : [(-4)^8 \cdot (-4)^4]}{9^6 \cdot 9^4 : 9}$
- d) $\frac{(-3)^2 \cdot (10)^2 : (-5)^2}{7^5 : 7^3}$

3. Expresa en forma de potencia de exponente positivo:

- a) $(-4)^{-3}$
- b) $(9)^{-3}$
- c) $(-2)^5 : (-2)^9$
- d) $(-5) \cdot (-5)^2 : (-5)^6$

4. Expresa en forma de única potencia:

- a) $((2)^4)^3$
- b) $((-3)^{-2})^5$
- c) $((-1)^4)^3$
- d) $((5)^2)^{3/5}$

5. Expresa en forma de única potencia:

- a) $(-3/5)^4$
- b) $(2/9)^4$
- c) $(1/5)^{-3}$
- d) $(2/3)^{-4}$

6. Expresa en forma de única potencia:

- a) $(2/3)^{-4} \cdot (2/3)^3 \cdot (2/3)^5$
- b) $(1/6)^3 \cdot (3/5)^3 \cdot (-6/7)^3$
- c) $(-5/3)^4 : (-2/3)^4$
- d) $(4/9)^3 : (4/9)^5$
- e) $((-4/3)^{-3})^5$
- f) $((2/7)^{-1})^{-3}$

7. Expresa en forma de única potencia:

a) $\frac{(2/3)^3 \cdot (-1/5)^3 \cdot (-4/9)^3 \cdot (1/2)^3}{(-1/4)^3 \cdot (-1/4)^{-2} \cdot (-1/4) \cdot (-1/4)^4}$

b) $((-1/3)^4)^{3/2} \cdot (2/5)^{1/6}$

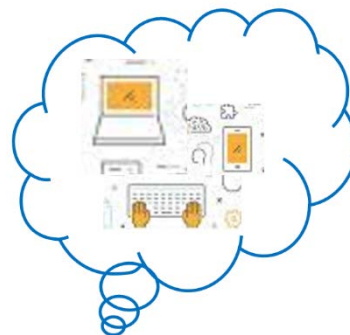
c) $\frac{(2/5)^{1/2} \cdot (2/5)^{3/4} \cdot (2/5)^{-1/6}}{(7/8)^3 : (1/6)^3}$

8. Expresa en forma de notación científica:

- a) 140 000 000 b) 32 800 c) 71 000 000 000 000 000 d) 0.0000075
e) -18 000 000 f) 0.000000000042 g) -0.009 h) 0.000000000007

9. Busca información expresada en notación científica sobre:

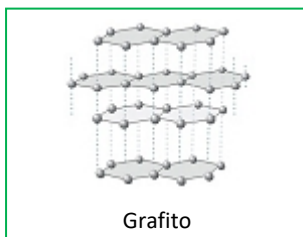
- a) La distancia entre la Tierra y la Luna
b) Unidad de masa atómica
c) Km que corresponden a un año luz
d) Un gúgol
e) La longitud de onda de los rayos cósmicos



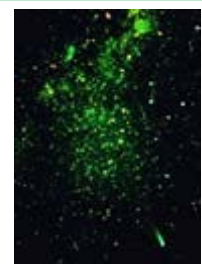
10. Realiza las operaciones y expresa el resultado en notación científica:

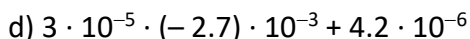
- a) $4 \cdot 10^3 + 2.4 \cdot 10^6 - 1.7 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^3$
b) $2.3 \cdot 10^{-5} - 3.45 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-3}$
c) $3 \cdot 10^{-4} \cdot 4.5 \cdot 10^2$
d) $1.8 \cdot 10^5 : 5 \cdot 10^8$

11. La estrella *Sirio* está a unos 8 611 años luz de nuestro planeta. Expresa en metros, mediante notación científica la distancia que recorrería una nave espacial que realizara un trayecto de ida y vuelta a Sirio. (*Recuerda:* Un año luz, la longitud que recorre la luz en un año, es aproximadamente igual a 9.46×10^{12} km (9 460 730 472 580.8 km con más aproximación))



12. La masa de un electrón en reposo se estima en $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, la de un protón es de $1.672 \cdot 10^{-27}$ kg, y la de un neutrón 1.64×10^{-27} kg. Calcula la masa de un átomo de carbono 14 (C_{14}) formado por seis protones, seis electrones y $6 + 2 = 8$ neutrones. (El C_{14} es un isótopo que tiene dos neutrones más que el carbono normal y que se utiliza para datar).





Raíces

19. Calcula:

a) $\sqrt{12\,100}$

b) $\sqrt[3]{-0.008}$

c) $\sqrt[3]{-125}$

d) $\sqrt[5]{-1}$

e) $\sqrt{0.49}$

20. Calcula:

a) $\sqrt[4]{2.0736}$

b) $\sqrt[5]{-0.00001}$

c) $\sqrt{33\,640\,000}$

d) $\sqrt[3]{-2.7 \cdot 10^{-6}}$

21. Expresa en forma de raíz:

a) $(-4)^{3/5}$

b) $7^{1/6}$

c) $(21)^{1/3}$

d) $(-5)^{2/3}$

22. Expresa en forma de potencia:

a) $\sqrt[5]{6^3}$

b) $\sqrt{(-7)^5}$

c) $\sqrt{3^5}$

d) $\sqrt[3]{(-30)^4}$

23. Extrae los factores posibles de estos radicales:

a) $\sqrt{3^3 \cdot 10^5 \cdot 2}$

b) $\sqrt[3]{6^9 \cdot 2^5}$

c) $\sqrt[4]{x^{11} \cdot y^5}$

d) $\sqrt[3]{3^4 \cdot 5^6}$

24. Extrae los factores posibles de estos radicales:

a) $\sqrt[3]{a^7 \cdot b^3 \cdot c^{-6}}$

b) $\sqrt{5^{-5} \cdot 3^{-6}}$

c) $\sqrt[4]{10^5 \cdot 6^8}$

d) $\sqrt{x^3 \cdot x^8 \cdot x}$

25. Simplifica:

a) $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^3}$

b) $\sqrt[3]{\left(\frac{-4}{5}\right) \cdot \left(\frac{-4}{5}\right)^5}$

c) $\sqrt{\frac{x^3 \cdot y^4}{x^8 \cdot y}}$

d) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^5 : \left(\frac{4}{3}\right)^5}$

26. Expresa en forma de producto:

a) $\sqrt{3 \cdot 50 \cdot 12}$

b) $\sqrt[3]{5^2 \cdot 2^4 \cdot 3^6}$

c) $\sqrt{8 \cdot 3^4 \cdot 9}$

d) $\sqrt[3]{a^8 \cdot b^2 \cdot c^6}$

27. Expresa en forma de cociente:

a) $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)}$

b) $\sqrt[5]{\frac{15}{32}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{-7}{9}}$

d) $\sqrt{\frac{15}{24}}$

28. Expresa en forma de única raíz:

a) $\sqrt{\sqrt{48}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{450}}$

c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{9000}}$

d) $\sqrt[2]{\sqrt[5]{-1}}$

29. Simplifica las operaciones:

a) $\sqrt[3]{3^5} \cdot \sqrt[3]{2^4}$

b) $(\sqrt[3]{-27}) \cdot 5^{\frac{2}{3}}$

c) $\sqrt[5]{2^{12}} : \sqrt[5]{3^8}$

d) $\sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[2]{10^5} : \sqrt{2^3}$

30. Simplifica las operaciones:

a) $\sqrt[3]{x^5} : \sqrt[2]{x^3}$

b) $\sqrt{\sqrt{10^{12}}}$

c) $\sqrt{5 \cdot (-2)^6 \cdot (-3)^6}$

d) $\sqrt[5]{(-6)^{12}} : \sqrt[5]{(-6)^7 \cdot 3^{10}}$

31. Simplifica las operaciones:

a) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} : 5^{\frac{2}{3}}$

b) $\frac{(-4)^5 \cdot \sqrt[3]{(-4)}}{\sqrt{2^3} : \sqrt{2^5}}$

c) $\frac{((-7^3))^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{(-7)^2}}{\sqrt{\sqrt{(-7)}}}$

AUTOEVALUACIÓN

1. El resultado de las operaciones siguientes es: $(-6)^3 \cdot (-6)^{-5} \cdot (-6)$ y $(12)^7 : (12)^5$
 a) 6 y 12^2 b) $1/6$ y 12^5 c) $-1/6$ y 12^2
2. El resultado de las operaciones siguientes es: $(-5)^4 \cdot (-1)^4 \cdot (6)^4$ y $(-8)^7 : (5)^7$
 a) $(-30)^4$ y $(-3)^7$ b) 30^4 y $(-8/5)^7$ c) 30^4 y $(-3)^7$
3. El resultado de las operaciones siguientes es: $((-2)^5)^3$; $((-1)^5)^7$ y $((-5)^{2/3})^6$
 a) $(-2)^{15}$; (-1) y $(5)^{8/3}$ b) -2^{15} ; (-1) y -5^4 c) $(-2)^{15}$; (-1) y $(-5)^4$
4. El resultado de las operaciones siguientes es: $(8)^{-3}$; $(-2)^{-4}$ y $(10)^{-5}$
 a) $1/512$; $1/16$ y $1/10^{10}$ b) $1/8^3$; $-1/2^4$ y $1/10^{10}$
5. El resultado de las operaciones siguientes es: $(5/7)^3$; $(-1/3)^{-2}$ y $(-2/5)^4$
 a) $5^3/7^3$; $1/3^2$ y $-2^4/5^4$ b) $5^3/7^3$; 3^2 y $2^4/5^4$
6. El resultado de las operaciones siguientes es: $(2/3)^3 \cdot (2/3)^2 \cdot (2/3)^{-5}$
 a) 1 b) $2/3$ c) $-2/3$ d) $(2/3) \cdot (-3/2)$
7. Las expresiones $3.1 \cdot 10^8$ y 0.0000000095 corresponden a:
 a) $3\ 100\ 000\ 000$ y $9.5 \cdot 10^{-10}$ b) $310\ 000\ 000$ y $9.5 \cdot 10^{-10}$ c) $310\ 000\ 000$ y $9.5 \cdot 10^{-9}$
8. El resultado de esta operación es: $(0.00098 + 3 \cdot 10^{-6} - 4.2 \cdot 10^{-4}) \cdot 2.5 \cdot 10^5$
 a) 124.5 b) $2\ 407.5$ c) 107.5 d) 140.75
9. El resultado de las operaciones siguientes es: $\sqrt[3]{-1331}$; $\sqrt{256}$ y $\sqrt[5]{-1}$
 a) $-11, 16, -1$ b) $11, 16, 1$ c) $-11, -16, -1$
10. Las siguientes expresiones corresponden a: $(-4)^{3/5}$; $(3)^{1/2}$ y $(-5)^{4/3}$
 a) $\sqrt[5]{-4^3}$; $\sqrt{3}$ y $\sqrt[3]{-5^4}$ b) $\sqrt[5]{(-4)^3}$; $\sqrt{3}$ y $\sqrt[3]{(-5)^4}$ c) $-\sqrt[5]{4^3}$; $\sqrt{3}$ y $\sqrt[3]{-(5^4)}$
11. El resultado de extraer factores de estos radicales es: $\sqrt[3]{(-5)^4}$ y $\sqrt{2^3 \cdot 5^5}$
 a) $(-5) \cdot \sqrt[3]{(-5)}$ y $2 \cdot 5^3 \sqrt{2 \cdot 5}$ b) $(-5) \cdot \sqrt[3]{(-5)}$ y $50\sqrt{10}$ c) $(-5) \cdot \sqrt[3]{(-5)}$ y $50\sqrt{5}$
12. Las operaciones siguientes pueden expresarse: $\sqrt[3]{-(5):12}$ y $\sqrt[3]{\sqrt[3]{-18}}$
 a) $\frac{\sqrt[3]{-5}}{\sqrt[3]{12}}$ y $\sqrt[9]{-18}$ b) $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{12}}$ y $\sqrt[6]{-18}$ c) $\frac{\sqrt[3]{-5}}{\sqrt[2]{12}}$ y $\sqrt[9]{18}$