

1. Halla el área del triángulo determinado por los puntos A(-3,2) y B(1,4) y C(-1,-4)

Vamos a hallar la recta que pasa por los puntos A y B:

$$\overrightarrow{AB} = (1,4) - (-3,2) = (1+3, 4-2) = (4,2)$$

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y-4}{2}$$

Con el punto B(1,4) creo la ecuación continua:

$$2 \cdot (x-1) = 4 \cdot (y-4)$$

$$2x - 2 = 4y - 16$$

$$\text{Simplificando ... } r_{AB}: x - 2y + 7 = 0 \quad \leftarrow \quad 2x - 4y + 14 = 0$$



A(-3,2) ∈ r_{AB}: x - 2y + 7 = 0 ya que:

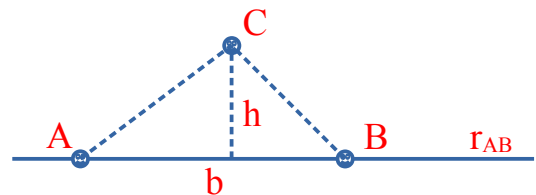
$$-3 - 2 \cdot 2 + 7 = 0 \quad \text{😊}$$

B(1,4) ∈ r_{AB}: x - 2y + 7 = 0 ya que:

$$1 - 2 \cdot 4 + 7 = 0 \quad \text{😊}$$

Antes de seguir avanzando, cada vez que creo una recta debo comprobar por precaución que los dos puntos pertenecen a la recta, es decir, que las coordenadas de ambos puntos son solución de la ecuación de esa recta. Este breve paso me puede ahorrar que siga avanzando con errores, además de darme seguridad.

Bien, ahora podemos hacer un esbozo de la situación. Vamos a nombrar base al segmento AB y la altura vendrá de la distancia de C a r_{AB}:

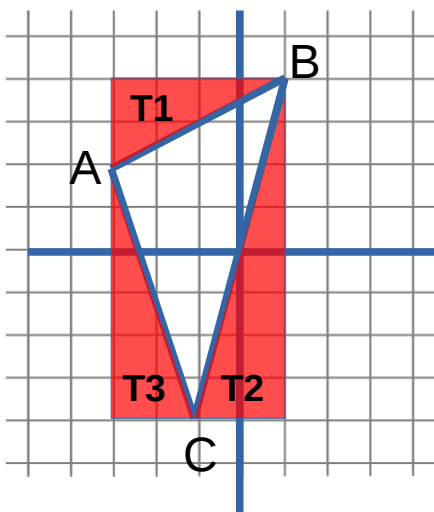


$$\text{Medida de la base} = d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{Medida de la altura} = d(C, r_{AB}) = \frac{|-1 - 2(-4) + 7|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{14}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Área del triángulo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2\sqrt{5} \cdot \frac{14}{\sqrt{5}}}{2} = 14 \text{ u}^2$$

Ya solo quedaría comprobar el resultado gráficamente para asegurarnos el 10 y quedarnos satisfechos:



$$\text{Área del triángulo} = \text{Área}_{\text{rectángulo}} - A_{T1} - A_{T2} - A_{T3}$$

$$\text{Área del triángulo} = 8 \cdot 4 - \frac{2 \cdot 4}{2} - \frac{2 \cdot 8}{2} - \frac{2 \cdot 6}{2}$$

$$\text{Área del triángulo} = 32 - 4 - 8 - 6 = 14 \text{ u}^2 \quad \text{😊}$$

Halla un punto de la recta $r: y = 3x - 1$ que diste 5 unidades del punto $A(-4, 2)$

Vamos a hallar un punto genérico de la recta “r” y le vamos a pedir que diste 5 unidades del punto A, lo que generará una ecuación de segundo grado:

Como tenemos la ecuación explícita, lo tenemos fácil para fabricar un punto genérico:

Si $x = t$ es la primera coordenada de ese punto, $y = 3t - 1$ es la segunda

$G(t, 3t - 1)$ es un punto genérico de la recta r

Como queremos que $d(A, G) = 5 \rightarrow$ Busco que $|\overrightarrow{AG}| = 5$

$$\overrightarrow{AG} = (t - (-4), 3t - 1 - 2) \rightarrow |\overrightarrow{AG}| = \sqrt{(t+4)^2 + (3t-3)^2} = 5$$

$$(t+4)^2 + (3t-3)^2 = 25 \rightarrow t^2 + 8t + 16 + 9t^2 - 18t + 9 = 25$$

$$10t^2 - 10t = 0 \rightarrow t^2 - t = 0 \rightarrow t(t-1) = 0$$

$$t_1 = 0$$

$$t - 1 = 0$$

$$t_2 = 1$$

$$G_1(0, -1)$$

$$G_2(1, 2)$$

Es fácil comprobar que ambos puntos pertenecen a $r: y = 3x - 1$ $\left\{ \begin{array}{l} -1 = 3 \cdot 0 - 1 \\ 2 = 3 \cdot 1 - 1 \end{array} \right.$

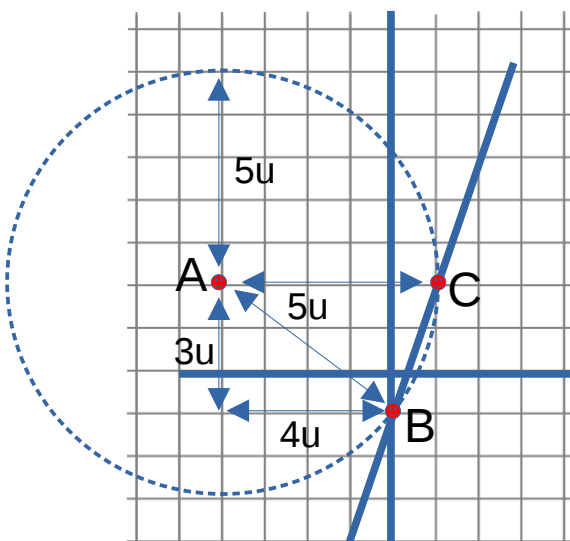
Y que $d(A, G_1) = d(A, G_2) = 5$:

$$\overrightarrow{AG_1} = (0 - (-4), -1 - 2) = (4, -3)$$

$$|\overrightarrow{AG_1}| = \sqrt{(4^2 + 3^2)} = 5$$

$$\overrightarrow{AG_2} = (1 - (-4), 2 - 2) = (5, 0)$$

$$|\overrightarrow{AG_2}| = \sqrt{(5^2 + 0^2)} = 5$$



$\leftarrow$ Y por si nos queda alguna duda... siempre nos queda la bella demostración gráfica con la ayuda de un compás